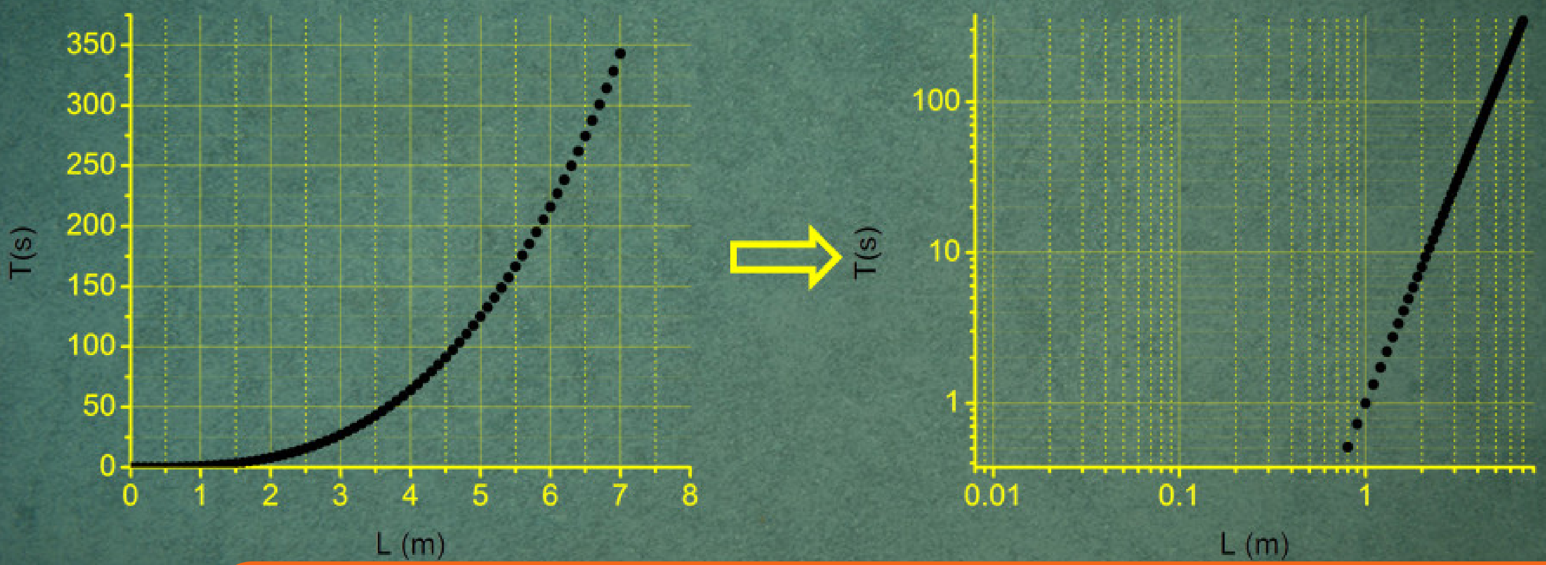
Guía de Laboratorio de Mecánica I
FIB 402L

Departamento de Física
Universidad Nacional

Dr. G. Sáenz-Arce: Profesor del Departamento de Física y realiza trabajos de investigación en el área de la materia condensada en el Laboratorio de Materiales Industriales de la Universidad Nacional. Cursó sus estudios de Bachillerato en Física en la Universidad de Costa Rica. Cuenta con un Master en Nanociencia y Nanotecnología Molecular y un Doctorado en Nanoscience and Nanotechnology en la Universidad de Alicante, España.
M.Sc. P. Blanco-Vargas: Profesor del Departamento de Física de la Universidad Nacional. Cursó sus estudios de Bachillerato en Física en la Universidad de Costa Rica. Tiene una Maestría en Docencia Universitaria de la Universidad Nacional.
M.Sc. J. P. Salazar-Ceciliano: Profesor del Departamento de Física de la Universidad Nacional. Cursó sus estudios de Bachillerato en Meteorología en la Universidad de Costa Rica. Cursó la Maestría en Oceanografía Física en el Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE) en México.
Dr. X. Márquez-Artavia: Profesora del Departamento de Física de la Universidad Nacional. Cursó sus estudios de Bachillerato en Física en la Universidad de Costa Rica. Cursó la Maestría en Física en la Universidad de Costa Rica y el Doctorado en Matemáticas Aplicadas en la Universidad de Leeds en Inglaterra.
Dr. H. Pérez-Villalobos: Profesor del Departamento de Física de la Universidad Nacional de Costa Rica. Obtuvo el grado de Licenciatura en Enseñanza de las Ciencias, graduándose con honores. Realizó sus estudios de Maestría y Doctorado en Educación en Ciencia y Tecnología en el Instituto Tecnológico de Israel - Technion, donde fortaleció su formación en áreas como robótica educativa, enfoque STEM. Actualmente, se encuentra finalizando el grado de Bachillerato en Física en la Universidad de Costa Rica.
Dr. O. G. Murillo: Profesor del Departamento de Física de la Universidad Nacional. Cursó sus estudios de Bachillerato en Física, Maestría en Física de Altas Energías y Doctorado en Física de Plasmas en la Universidad Estatal de San Petersburgo, Rusia. Laboró como docente e investigador en la Universidad de Minería de San Petersburgo.
L.D.Badilla-Oviedo: Bachiller en Enseñanza de las Ciencias de la Universidad Nacional de Costa Rica. Licenciado en Enseñanza de las Ciencias de la UNA. Máster en Tecnología Educativa de la Universidad Estatal a Distancia. Actualmente es estudiante de doctorado en el énfasis Tecnologías Electrónicas Aplicadas del DOCINADE.Forma parte del grupo a cargo del programa Laboratorio y Espacio Maker de Física Aplicada (LabFA) de la UNA.
C.Redondo-Chavarría: Estudiante de Enseñanza de las Ciencias de la Universidad Nacional de Costa Rica .

Primera impresión, Febrero 2026

Índice general



1. Graficación (Dos sesiones)

1.1 Objetivos

1. Determinar la dependencia funcional entre dos magnitudes relacionadas construyendo su gráfica en papel milimétrico, logarítmico o semilogarítmico.
2. Aplicar el método de los mínimos cuadrados para encontrar la curva de mejor ajuste en una relación lineal, potencial o exponencial.
3. Determinar los parámetros de una función lineal, potencial o exponencial utilizando la curva de mejor ajuste de la gráfica en papel milimétrico, logarítmico o semilogarítmico según corresponda.
4. Utilizar la herramienta computacional de Excel para la representación de tablas y gráficos.
5. Determinar la dependencia funcional entre dos magnitudes relacionadas construyendo su gráfica en Excel.
6. Aplicar el método de los mínimos cuadrados para encontrar la curva de mejor ajuste en una relación lineal, potencial o exponencial por medio de Excel.

1.2 Introducción

Cuando se estudia un fenómeno físico en el laboratorio, los valores de las magnitudes medidas (o variables) se representan utilizando tablas de valores, gráficas y ecuaciones matemáticas que las relacionan.

Una gráfica la podemos definir como aquel dibujo en el que mostramos la relación existente entre dos o más variables, por lo que su principal objetivo es mostrar información visual. Como mínimo en toda gráfica tenemos dos variables, una que llamamos independiente, que es aquella que nosotros modificamos a nuestro interés, y las respuestas que tengamos en nuestro proceso o experimento a dichas modificaciones, se les conoce como variables dependientes.

La variable que nosotros modificamos a nuestro interés durante el experimento le llamamos independiente y se acostumbra representarla en el eje de las abscisas o eje x, y la respuesta en nuestro experimento a estas modificaciones le llamamos variable dependiente que se representa en el eje de las ordenadas o eje y, cuando representamos una gráfica cartesiana.

1.3 Tipos de relaciones en las gráficas

En los laboratorios y en las empresas se suele realizar gráficas para encontrar el tipo de relación entre dos variables, para confirmar el tipo de relación entre dos variables o para obtener información a partir de dos variables medidas, es decir una medición indirecta.

Los principales tipos de relaciones que pueden darse entre la variable dependiente e independiente son de tipo lineal, potencial o exponencial.

Normalmente las gráficas estan dibujadas en el primer cuadrante de un plano carteciano ya que usualmente en el eje horizontal se representa el tiempo.

Relación lineal o de proporcionalidad

Esta es la más sencilla, y se presenta siempre que por cada incremento proporcional en la variable independiente (x) se da otro incremento proporcional en la variable dependiente, de tal forma que se cumplen las siguientes relaciones:

La 1.1 representa una línea recta donde m es la pendiente o inclinación de la recta y el termino b es el punto de intersección con el eje vertical (valor de y cuando $x = 0$) y por esto se le llama intercepto.

$$y = mx + b \tag{1.1}$$

Los cinco tipos de recta que puede generar la ecuación de una relación lineal, en el primer cuadrante del diagrama cartesiano trazado en un papel milimétrico, según los valores que adquiera la pendiente m y el intercepto b, están representados en la figura 1.1.

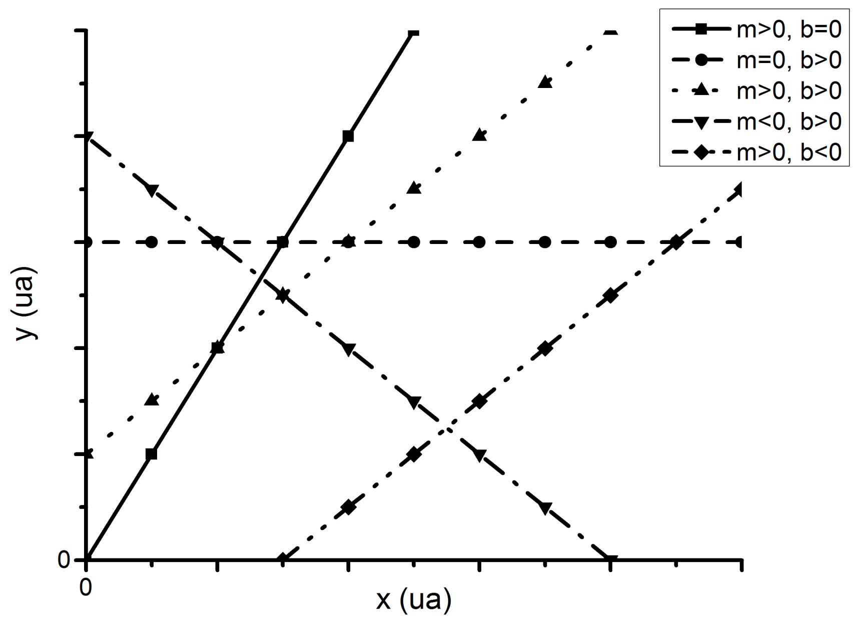


Figura 1.1: Tipos de relaciones potenciales.

Debido a las perturbaciones que se producen durante la realización de un experimento los puntos graficados aunque tienen una tendencia lineal, casi nunca se alinean exactamente en una recta sino que se dispersan en cierto grado y se nos hace un problema unirlos tratando de obtener una recta.

Para evitar los criterios personales al trazar la mejor recta posible debemos utilizar el método estadístico de regresión lineal o método de mínimos cuadrados que aparece programado en las calculadoras, y en algunos programas de cómputo como Excel, Origin, Grapher, Mathematica, MathLab, entre otros.

Relación Potencial

La ecuación general que relaciona las variables en una función potencial es

$$y = \alpha x^m \tag{1.2}$$

donde: α es la constante de proporcionalidad o coeficiente, que puede ser positivo, negativo, entero o fraccionario, y m es la potencia de la función, que puede ser un número positivo o negativo, entero o fraccionario. Si se gráfica una función potencial en un papel milimétrico se pueden obtener diferentes formas, dependiendo del valor de la potencia m como se ve en la figura 1.2.

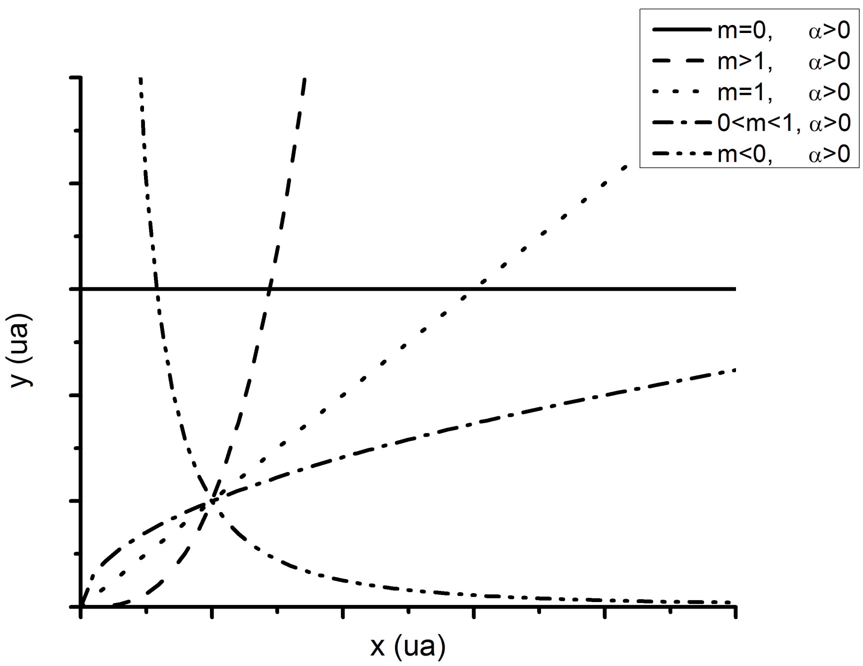


Figura 1.2: Tipos de relaciones exponenciales.

Observe que si $m = 0$, la ecuación resulta igual a la función constante: $y = \alpha$. Si $m = 1$, resulta la ecuación de la función directamente proporcional $y = \alpha x$. Si $m > 1$, la función potencial es creciente con concavidad hacia arriba y la curva parte del origen. Si m está comprendida entre 0 y 1, la función es creciente con concavidad hacia abajo, la curva parte del origen. Si $m < 0$, la función potencial es decreciente pero la curva no toca al eje vertical ni horizontal.

Para obtener los valores de los parámetros m y α aplicando el método de los cuadrados mínimos debemos primero linealizar la ecuación general aplicando logaritmo de base 10 para obtener la expresión:

$$y = \alpha x^m \tag{1.3}$$
$$logy = log(\alpha x^m) \tag{1.4}$$
$$logy = log\alpha + log(x^m) \tag{1.5}$$
$$logy = log\alpha + mlog(x) \tag{1.6}$$
$$Y = mX + b \tag{1.7}$$

donde $Y = logy$, $X = logx$ y $b = log\alpha$. Esta expresión indica que si graficamos la función potencial en un papel que tiene escalas logarítmicas en ambos ejes (papel doblemente logarítmico), obtenemos una línea recta cuya pendiente es la potencia m de la función potencial y que el antilogaritmo del intercepto b de la recta, es la constante de proporcionalidad α de la función o sea 10^b.

Relación Exponencial

La expresión general que relaciona las variables en una función exponencial $y = \alpha a^{mx}$, durante este laboratorio sustituiremos el valor de a por el número de Euler, $e \approx 2{,}718281...$, de este modo tendríamos que:

$$y = \alpha e^{mx} \tag{1.8}$$

donde α es una constante de proporcionalidad y mx es el exponente de la función exponencial en la que m es una constante que puede ser positiva (función exponencial creciente) o negativa (función exponencial decreciente), y x es la variable independiente.

Si se gráfica una función exponencial en un papel milimétrico se pueden obtener diferentes formas dependiendo del valor de la constante m como se muestra en la figura 1.3. Observe en la figura que, si $m = 0$ la ecuación resulta igual a la función constante $y = \alpha$. Si $m > 0$ la función exponencial es creciente con concavidad hacia arriba y la curva no pasa por el origen pero si $m < 0$, la función exponencial es decreciente y la curva toca al eje vertical en $x = 0$, pero no toca al eje horizontal.

Para obtener los parámetros m y α en la función exponencial le aplicamos logaritmo natural:

$$y = \alpha e^{mx} \tag{1.9}$$
$$lny = ln(\alpha e^{mx}) \tag{1.10}$$
$$lny = ln\alpha + ln(e^{mx}) \tag{1.11}$$
$$lny = ln\alpha + mxlne \tag{1.12}$$
$$lny = ln\alpha + mx \tag{1.13}$$
$$Y = mx + b \tag{1.14}$$

Esta expresión indica que si graficamos la función exponencial en un papel en el que el eje de las abscisas (eje x) esté en escala lineal y el eje de las ordenadas (eje y) esté en escala logarítmica (papel semilogarítmico), obtendremos una línea recta donde el valor de la pendiente es la constante m de la función exponencial y el antilogaritmo del intercepto de la recta es la constante de proporcionalidad α de la función o sea $\alpha = e^b$.

1.4 Principio de Mínimos Cuadrados

Todos los procedimientos de obtención de datos en los procesos experimentales en el laboratorio tienen una característica en común (en lo que se refiere a la obtención matemática de una ecuación):

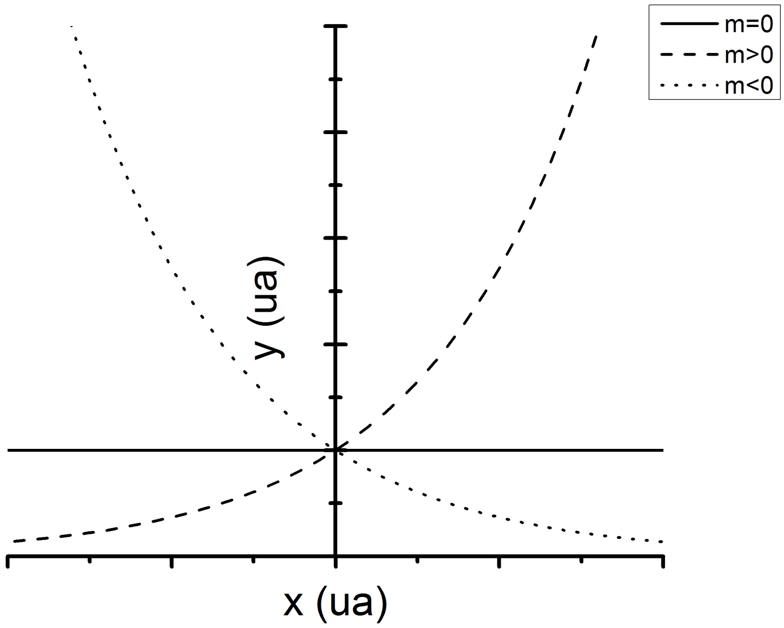


Figura 1.3: Tipos de relaciones lineales.

se basan en el discernimiento visual por parte del experimentador. Así, aunque los procedimientos se utilicen muy comúnmente y con provecho, son vulnerables a la crítica de que, aun cuando se apliquen con mucho esmero, no podemos estar bien seguros de la importancia cuantitativa de los resultados. Sería muy reconfortante que pudiéramos emplear algún procedimiento matemática para identificar la "mejor" línea para un conjunto de puntos dado (sea está una recta o una curva), porque entonces nos liberaríamos dé la inseguridad del juicio personal. Además, podríamos confiar en llegar a predecir según el valor y de una variable conocido el valor x de la otra variable. Además de poder evaluar la precisión de tal elección.

El enfoque de la variable proviene de la conciencia que se tiene de que en la mayoría de los problemas que se estudian, intervienen muchos factores y que por ello el análisis simultáneo de varias variables produce una mejor descripción y explicación del fenómeno.

En todos esos casos es necesario saber cual es la correlación existente entre el conjunto de datos que se han obtenido. Aunque no es fácil hacer una diferencia tajante entre correlación y regresión, puede decirse que en la correlación las variables se estudian para descubrir si existe asociación entre ellas y, en caso que exista medir su grado o intensidad. En la regresión por otra parte, se estudia la naturaleza de la relación entre las variables y se trata de establecer una relación funcional que permite predecir una de ellas (variable dependiente) conociendo las otras (variables independientes).

Aquí se hará referencia básicamente a la correlación y regresión lineales simples, es decir, a métodos y situaciones que involucran únicamente dos variables y en las cuales la relación que se postula entre las dos variables es lineal (o de alguna forma se puede hacer lineal). Sin embargo, los procedimientos que se presentan pueden extenderse fácilmente, con las modificaciones pertinentes, a situaciones más complicadas, como aquellas en que se estudian más de dos variables (regresión y correlación múltiples) a aquellas en que la relación funcional que se supone entre las variables es no lineal.

El procedimiento en cuestión se basa en el principio estadístico de los mínimos cuadrados. Consideraremos éste en su aplicación restringida para escoger una línea recta que se ajuste a los valores medidos. Supongamos que tienen un conjunto de **N** valores de una variable y, medidos como función de la variable x. Debemos restringirnos al caso especial de que toda la incertidumbre se limita a la dimensión y: esto es, los valores de x se conocen exactamente, o al menos, con una precisión tanto mayor que la de los valores de y, como para poder despreciar la incertidumbre en la dimensión x. Si no se puede satisfacer esta condición, el tratamiento sencillo que se aplica a continuación no será válido.

La pregunta por contestar ahora con nuestro procedimiento matemático es: ¿cuál de todas las líneas en el plano xy escogemos la mejor?, y ¿qué queremos decir con "la mejor"?. Ya que como usted observa en la figura 1.4, si bien se muestra una tendencia lineal al iniciar la observación de puntos en A y terminar en B, pero infinita cantidad de líneas podemos trazar tocando unos o otros puntos manteniendo la condición de linealidad. El principio de mínimos cuadrados permite hacer esta elección con base en las desviaciones de los puntos en dirección vertical a partir de las líneas.

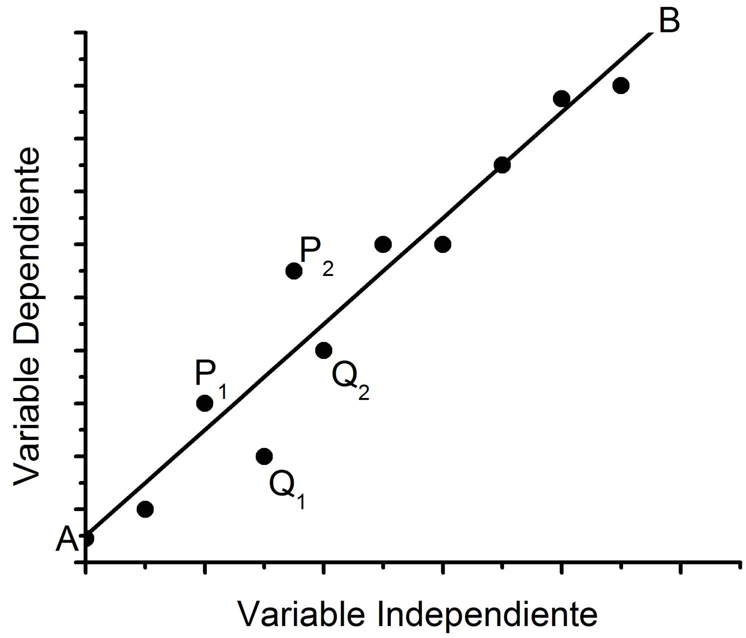


Figura 1.4: Ajuste lineal para una distribución de puntos.

Sea AB en la figura 1.4, una candidata a la categoría de "mejor" línea. Consideremos todos los intervalos verticales entre los puntos y la línea, de los cuales P_2Q_2 es típico. Definiremos como mejor línea aquella que minimiza la suma de los cuadrados de las desviaciones como P_2Q_2. Nótese que no tenemos la oportunidad a considerar que un criterio inventado como éste proporcione algún camino automático a las respuestas "verdaderas" o "correctas". Se trata, simplemente, de una opción de criterio para optimizar la trayectoria de nuestra línea entre los puntos. Se puede probar que el procedimiento de minimizar los cuadrados de las desviaciones da lugar, en muestreos repetidos, a una menor varianza de los parámetros resultantes, como por ejemplo la pendiente, que al usar cualquier otro criterio. En consecuencia tenemos derecho a confiar más en los resultados obtenidos usando el principio de mínimos cuadrados, que en el caso de cualquier otro método comparable; de aquí que el uso de este principio esté muy difundido.

Expresemos ahora el principio de mínimos cuadrados en forma matemática. Definimos que la mejor línea es aquella que lleva a su valor mínimo la suma:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (P_i Q_i)^2 \tag{1.15}$$

Y deseamos obtener los parámetros, pendiente m e intersección b en las ordenadas al origen, de esa mejor línea.

La ecuación de la línea de mejor ajuste es $y = mx + b$. La magnitud de la desviación $P_i Q_i$ es el intervalo entre un cierto valor medido y_i y el valor de y en ese punto, para el valor de x_i. Este valor y se puede calcular a partir del valor correspondiente de x como $mx_i + b$, de modo que si le llamamos Δy_i a cada diferencia, tenemos:

$$\Delta y_i = y_i - (mx_i + b) \tag{1.16}$$

El criterio de mínimos cuadrados nos permite obtener los valores deseados de m y b, a partir de la condición:

$$\sum_{n=1}^{\infty} [y_i - (mx_i + b)]^2 = M \tag{1.17}$$

donde M es el valor mínimo dado por la condición:

$$\frac{\partial M}{\partial m} = 0 \tag{1.18}$$

$$\frac{\partial M}{\partial b} = 0 \tag{1.19}$$

Que nos dan como resultado una ecuación para la pendiente y otra para el intercepto, expresadas así:

$$m = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{N \sum x^2 - (\sum x)^2} \tag{1.20}$$

$$b = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum xy \sum x}{N \sum x^2 - (\sum x)^2} \tag{1.21}$$

De esta forma eliminamos la aplicación del juicio personal, lo hemos sustituido por métodos matemáticos, que dan resultados de mayor precisión y exactitud, e inclusive podemos medir la efectividad que tiene nuestro modelo al predecir los datos que le dieron origen, ello lo hacemos empleando el cálculo del coeficiente de correlación lineal r:

$$r = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{(N \sum x^2 - (\sum x)^2)(N \sum y^2 - (\sum y)^2)}} \tag{1.22}$$

Para interpretar este valor de r y descubrir cuáles valores de r son de esperarse en los diversos tipos de relaciones entre x y y, se presentan en la figura 1.5, algunos diagramas de dispersión con los valores calculados correspondientes de r.

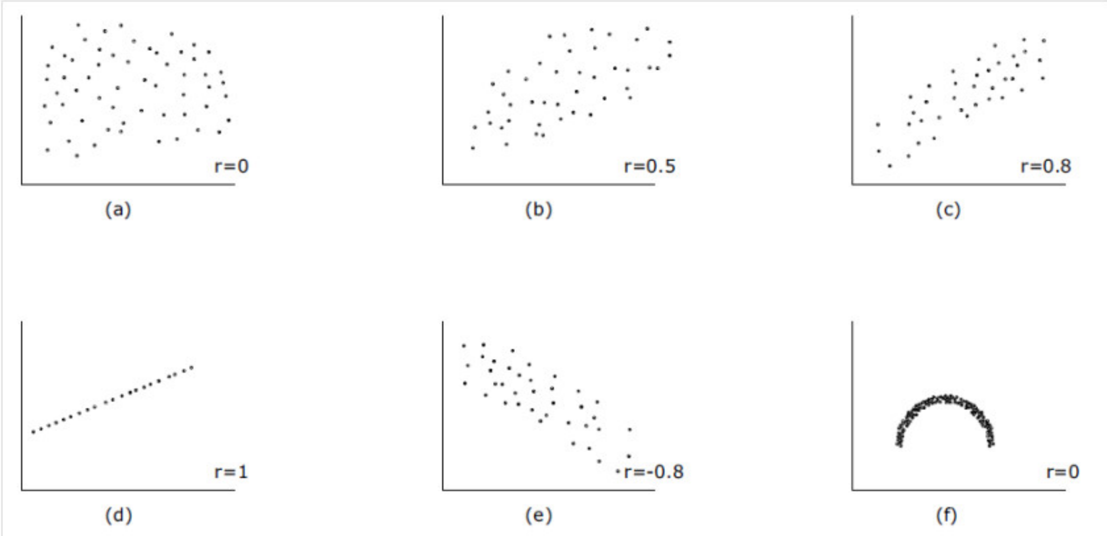


Figura 1.5: Algunas relaciones y su valor de r correspondiente.

Los primeros cuatro diagramas corresponden a dispersiones con relación lineal cada vez más acentuada. Con esto se ve que el valor absoluto de r mide la correlación de la relación lineal, pero que el signo de r es positivo si y tiende a crecer al aumentar x, y es negativo si tiende a disminuir al crecer x. En el sexto diagrama x y y están fuertemente relacionadas, pero la relación no es lineal. Este ejemplo indica bien que r es una medida útil de lo estrechamente que estén relacionadas dos variables sólo cuando hay una relación lineal entre ellas.

Los diagramas de la figura 1.5, junto con los valores asociados de r, hacen convenientes dos propiedades de r, primero, que el valor de r debe satisfacer la desigualdad $-1 < r < 1$. Y segundo, que el valor de r será igual a $+1$ o ˘1 sí y sólo sí todos los puntos del diagrama se encuentran sobre una línea recta.

Interpretación del coeficiente de correlación

La interpretación de un coeficiente de correlación como medida de grado de relación lineal entre dos variables es una interpretación matemática pura y está completamente desprovista de implicaciones de causa y efecto. El hecho de que dos variables tiendan a aumentar. El disminuir al mismo tiempo no implica que una tenga algún efecto directo o indirecto en otra. Ambas pueden estar sometidas a la influencia de otras variables, de manera que resulten con una estrecha relación matemática. Por ejemplo, en el período de varios años el coeficiente de correlación entre los sueldos de maestros y el consumo de licor ha resultado ser de 0,98 (situación puramente hipotética). Durante este lapso se ha presentado una tendencia ascendente en sueldos y salarios de todos los tipos y una tendencia general a mayores comodidades de vida. En tales condiciones, los salarios de los maestros también habrían de aumentar. Además, la tendencia general de aumento de salarios y poder adquisitivo, así como el aumento de población, se varía reflejada en un aumento en el consumo de licor. Así pues, la alta correlación refleja sólo el efecto común de una tendencia ascendente de las dos variables. Los coeficientes de correlación deben manejarse con cuidado si se va a dar una información sensata respecto a la relación entre pares de variables. Él utilizarlas correctamente requiere familiarización con el campo de aplicación, así como con sus propiedades matemáticas.

Los coeficientes de correlación han probado ser muy útiles, por ejemplo, para pruebas psicológicas y en otros campos en que es importante determinar la interrelación de algunas variables que se estudian simultáneamente. Así, las correlaciones entre promedios universitarios, de escuela preparatoria, puntuaciones en pruebas de aptitud o de vocabulario y otras variables, han permitido evaluar la importancia relativa de estos factores respecto al éxito en estudios universitarios, o bien cuando se tiene en las tendencias productivas de un conjunto de trabajadores y las estimulaciones y reconocimientos personales que se le den a los trabajadores, entre otros.

1.5 Algunas orientaciones útiles para construir una gráfica

Para construir una gráfica se dibuja el plano cartesiano trazando los dos ejes, horizontal y vertical y se escribe el símbolo de la variable dependiente en el eje vertical y el símbolo de la variable independiente en el eje horizontal; con sus respectivas unidades entre paréntesis.

Se coloca el nombre de la gráfica en la parte superior centrado, y se selecciona una escala apropiada para cada uno de los ejes, procurando que el gráfico abarque por lo menos 75 % del área de la hoja. Debajo del título del gráfico se escribe la escala utilizada en cada eje.

Escogencia de la escala para papel milimétrico

Una forma de seleccionar una escala apropiada cuando se gráfica en papel milimétrico es dividir el valor máximo de la variable a graficar en cada eje por el número de centímetros disponibles que tiene la hoja milimetrada en el eje vertical u horizontal correspondiente. El resultado se redondea por exceso y se expresa en notación científica:

$$E = \frac{V_{\max}}{N_{\mathrm{cm}}} = E_0 \cdot 10^{\alpha} \tag{1.23}$$

Donde:

- E es la escala, es decir, cuántas unidades representa cada centímetro en el papel.
- $V_{\max}$ es el valor máximo que se desea representar en el eje.
- N_{cm} es el número de centímetros disponibles en el papel para ese eje.
- E_0 es un número base que puede ser 1, 2 o 5.
- α es un exponente entero: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$

Esta fórmula permite elegir una escala práctica y legible, utilizando múltiplos de 1, 2 o 5 por potencias de 10, lo cual es común en dibujo técnico y gráficas científicas.

Ejemplo práctico:

Supóngase que:

- $V_{\max} = 300$ unidades
- $N_{\mathrm{cm}} = 15$ cm

Entonces:

$$E = \frac{300}{15} = 20$$

Buscamos una combinación de $E_0 \cdot 10^{\alpha}$ que sea igual o mayor a 20, pero lo más cercana posible. En este caso:

$$E_0 = 2, \quad \alpha = 1 \quad \Rightarrow \quad E = 2 \cdot 10^1 = 20$$

Por lo tanto, la escala sería de **20 unidades por centímetro**.

Escogencia de la escala para papel doblemente logarítmico

Para realizar la gráfica en una hoja doblemente logarítmica, debe observar que los ejes están calibrados en ciclos logarítmicos de base 10. Para escoger una escala apropiada, se debe identificar los valores mínimos y máximos de la variable a representar en cada eje y determinar entre qué números de base 10 están comprendidos dichos valores.

Divida el número mayor de base diez entre el número menor de base diez que determinó y exprese el resultado en notación científica. La potencia de este cociente es el número de ciclos logarítmicos que son necesarios para poder ubicar la variable.

Matemáticamente, esto se puede expresar como:

$$E = \log_{10}(V_{\max}) - \log_{10}(V_{\min}) \tag{1.24}$$

Donde:

- $V_{\max}$ es el valor máximo de la variable en el eje.
- $V_{\min}$ es el valor mínimo de la variable en el eje.
- E representa el número de ciclos logarítmicos necesarios.

Ejemplo práctico:

Supóngase que los datos en el eje X van de $V_{\min} = 1$ a $V_{\max} = 1000$:

$$E_x = \log_{10}(1000) - \log_{10}(1) = 3 - 0 = 3$$

Y en el eje Y van de $V_{\min} = 0{,}1$ a $V_{\max} = 100$:

$$E_y = \log_{10}(100) - \log_{10}(0{,}1) = 2 - (-1) = 3$$

Por lo tanto, se requieren tres ciclos logarítmicos en cada eje para representar adecuadamente los datos en el papel doblemente logarítmico.

Escogencia de la escala para papel semilogarítmico

Al realizar una gráfica en una hoja semilogarítmica, para escoger una escala apropiada en el eje vertical o variable dependiente siga el procedimiento que se señaló para la escala logarítmica; mientras que para el eje horizontal o variable independiente use el procedimiento señalado para la escala lineal.

Una vez hecha la escala se marcan los valores en los ejes y se localizan las coordenadas de cada par ordenado que se tiene de datos. A cada par de datos debe corresponder un punto en la gráfica.

Identifique bien cuál es la variable independiente y cuál la variable dependiente. Si se le dice "realice una gráfica de fuerza en función de la masa", por ejemplo, es porque la fuerza depende de la masa, es decir, la masa es la variable independiente y la fuerza la variable dependiente. Lo mismo si se le dice "realice una gráfica de fuerza versus masa". Recuerde que la variable independiente se grafica en el eje x u horizontal y que la variable dependiente se grafica en el eje y o vertical.

Debe haber correspondencia entre la precisión que tiene la escala en la gráfica y la precisión de los datos que va a representar. De no ser así, debe redondear los datos de acuerdo a la precisión de la escala antes de ubicarlos en la gráfica.

Complemento técnico:

En el papel semilogarítmico, uno de los ejes (usualmente el vertical) está en escala logarítmica, lo que permite representar datos que varían exponencialmente. Para escoger la escala en ese eje, se calcula el número de ciclos logarítmicos necesarios:

$$E = \log_{10}(V_{\max}) - \log_{10}(V_{\min}) \tag{1.25}$$

Donde:

- $V_{\max}$ es el valor máximo de la variable en el eje logarítmico.
- $V_{\min}$ es el valor mínimo de la variable en el eje logarítmico.
- E representa el número de ciclos logarítmicos necesarios.

Ejemplo práctico:

Supóngase que los valores en el eje vertical (logarítmico) van de 1 a 1000:

$$E = \log_{10}(1000) - \log_{10}(1) = 3 - 0 = 3$$

Esto indica que se deben representar tres ciclos logarítmicos en el eje vertical. En el eje horizontal (lineal), se puede usar una escala regular, por ejemplo de 0 a 10 cm, dependiendo del rango de la variable independiente.

Para personalizar el gráfico, se selecciona el signo + que se encuentra en la esquina superior del gráfico y permite agregar ejes, títulos del eje, título del gráfico, cuadrícula o línea de tendencia cuando se requiere, como se muestra en la figura 1.6.

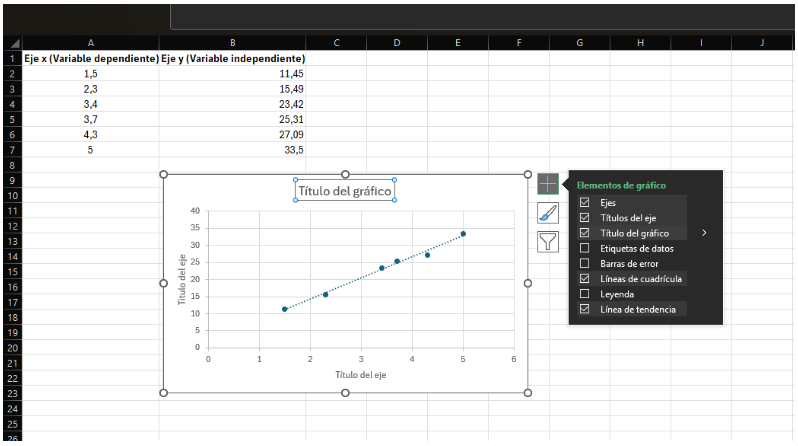


Figura 1.6: Opciones para personalizar un gráfico en Excel (Microsoft 365).

Para agregar la línea de mejor ajuste, seleccione la línea de tendencia, presione clic derecho del mouse y luego elija la opción *Formato de línea de tendencia*.

En las opciones de línea de tendencia, seleccione el ajuste más adecuado para los datos involucrados (lineal, potencial, exponencial, logarítmica, polinómica o media móvil). Además, marque las casillas *Presentar ecuación en el gráfico* y *Presentar el valor de R cuadrado en el gráfico*, como se muestra en la figura 1.7.

Para manipular las propiedades de uno de los ejes de su gráfico, por ejemplo modificar los límites máximos o mínimos o cambiar la escala a logarítmica, seleccione el eje, presione clic derecho con el mouse y en el menú desplegable elija la opción *Dar formato a eje*.

En el panel que aparece a la derecha, podrá ajustar los valores de los límites máximos y mínimos, así como activar la opción de *Escala logarítmica* para optimizar la visualización de sus datos, como se muestra en la figura 1.8.

1.6 Equipo

- Papel milimétrico

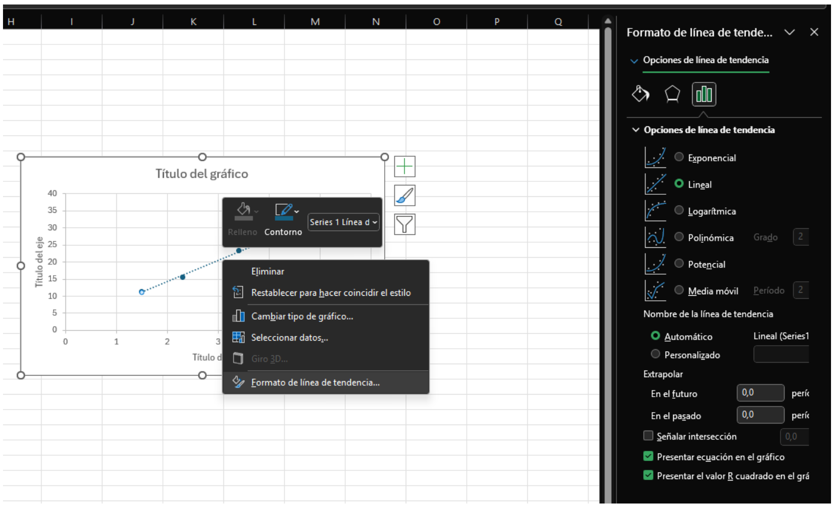


Figura 1.7: Ejemplo para agregar y personalizar la línea de mejor ajuste en un gráfico en Excel (Microsoft 365).

- Papel logarítmico
- Papel semilogarítmico
- Regla
- Lápiz
- Calculadora científica
- Computadora

1.7 Procedimiento

1. En el estudio del movimiento de una plataforma sobre una cinta transportadora se determinó que la distancia recorrida en línea recta al transcurrir el tiempo varía como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1: Movimiento de la plataforma sobre cinta transportadora

Tiempo (s)	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.6	2.0	2.5	3.5	5.0
Distancia (m)	0.075	0.210	0.393	0.630	0.925	1.892	2.547	3.435	5.248	7.936

1.1 Construya una gráfica de distancia en función del tiempo en papel milimétrico.

1.2 Realice un ajuste empleando el Método de Mínimos Cuadrados para el tramo aproximadamente lineal. Complete la tabla 2.

Tabla 2: Cálculos para la determinación de los parámetros de ajuste

Datos	X_i	Y_i	X_i^2	X_iY_i	Y_i^2
...	...	...	...	...	...

1.3 Construya la tabla 1 en Excel.

1.4 Construya una gráfica de distancia en función del tiempo y realice un ajuste empleando Excel.

2. En el laboratorio se ha determinado que el periodo de oscilación de un sistema masa-resorte varía con la masa suspendida, considerando la masa efectiva del resorte. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 3.

Tabla 3: Periodo de oscilación de un sistema masa-resorte

m (kg)	0.10	0.14	0.18	0.22	0.26	0.30	0.36	0.42
T (s)	0.392	0.448	0.487	0.519	0.554	0.574	0.626	0.670

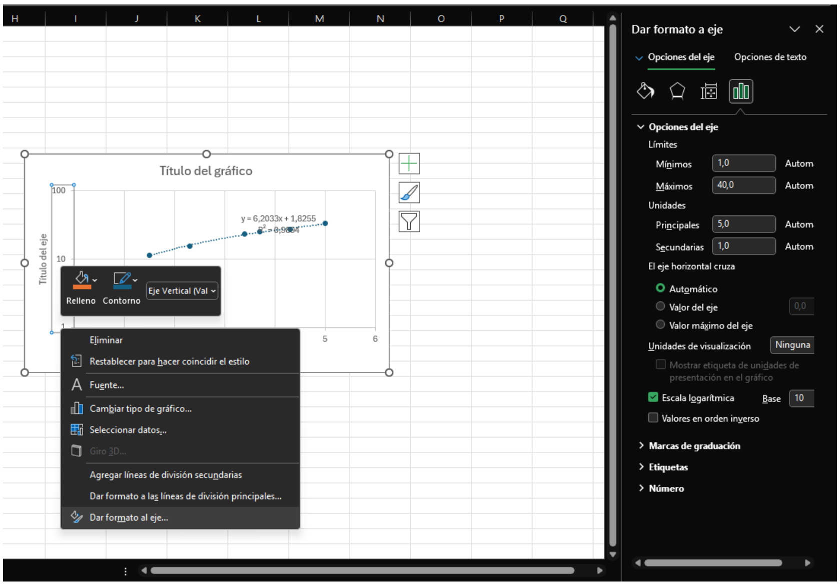


Figura 1.8: Ejemplo para modificar propiedades del eje en un gráfico en Excel (Microsoft 365).

2.1 Construya una gráfica en papel milimétrico de "T -vs- m".
2.2 Construya una gráfica en papel doblemente logarítmico de "T -vs- m"
2.3 Construya una gráfica de $T^2 - vs - m$ para linealizar la relación.
2.4 Realice un ajuste empleando el Método de Mínimos Cuadrados. No olvide calcular el coeficiente de correlación.
2.5 Construya la tabla 3 en Excel
2.6 Construya una gráfica de T vs. m. en Excel con los ejes milimétricos
2.7 Construya una gráfica de T vs. m. en Excel con los ejes logarítmicos
2.8 Realice un ajuste empleando Excel

Tabla 4: Cálculos para la determinación de los parámetros de ajuste

Datos	X_i	Y_i	X_i^2	X_iY_i	Y_i^2
...	...	...	...	...	...

3. En un laboratorio de electrónica se determina que el voltaje en la descarga de un capacitor con resistencia asociada disminuye en el tiempo de acuerdo con los datos de la tabla 5.

Tabla 5: Descarga de un capacitor

t (s)	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.30	0.40	0.50	0.70	0.90
V (V)	5.018	4.135	3.384	2.826	2.355	1.646	1.146	0.750	0.389	0.141

3.1 Construya una gráfica "V -vs- t.^{en} una hoja milimétrica.
3.2 Construya una gráfica "ln V -vs- t.^{en} una hoja milimétrica para linealizar la relación.
3.3 Construya una gráfica "V -vs-t". en una hoja semilogarítmica.
3.4 Realice un ajuste empleando el Método de Mínimos Cuadrados. No olvide calcular el coeficiente de correlación.

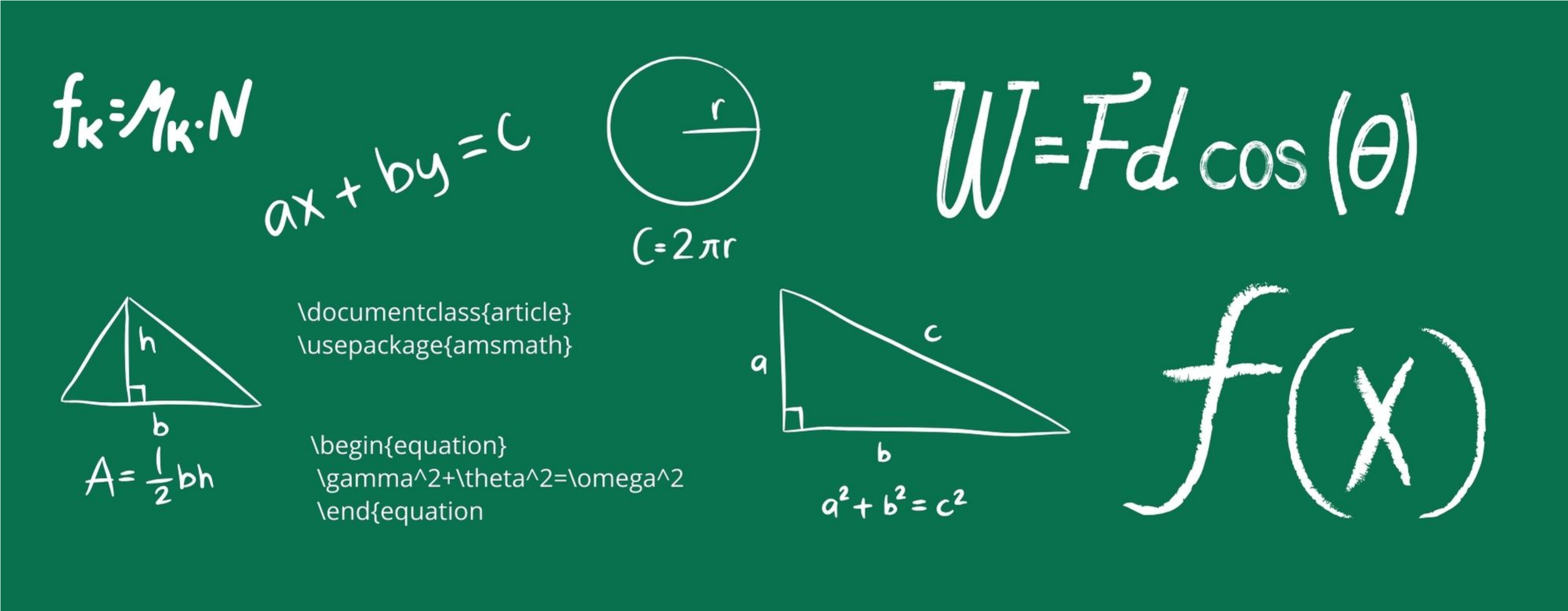
Tabla 6: Cálculos para la determinación de los parámetros de ajuste

Datos	X_i	Y_i	lnY_i	X_i^2	X_ilnY_i	$(lnY_i)^2$
...	...	...	...	...	...	...

3.4 Construya una gráfica "V -vs- t.en Excel.
3.5 Construya una gráfica "V -vs-t". en Excel con un eje logarítmico..
3.6 Realice un ajuste empleando Excel.

Preguntas de análisis

1. ¿Qué tipo de movimiento se observa en la gráfica de distancia vs. tiempo de la plataforma?
2. ¿Qué representa físicamente la pendiente de la gráfica en el caso de la plataforma y en el caso del sistema masa-resorte?
3. ¿Qué tipo de relación matemática se observa en el gráfico T^2 vs. m del sistema masa-resorte?
4. ¿Qué forma tiene la gráfica de V vs. t de la descarga del capacitor? ¿Qué indica su pendiente en la representación lnV vs. t?
5. Compare la linealización de los tres experimentos: ¿qué ventaja ofrece representar los datos en forma lineal?



2. Introducción a LaTeX

2.1 Objetivos

- Conocer las funciones principales de LaTeX.
- Conocer la estructura principal de un documento LaTeX.
- Escribir ecuaciones en un documento de LaTeX.
- Utilizar una plantilla para crear un documento.

2.2 Introducción teórica

LaTeX, pronunciado “latec” o “latej” es un sistema de digitación y diseño de documentos que se basa en el lenguaje TEX (pronunciado "tej"), es utilizado en mayor medida para crear documentos complejos como artículos científicos, reportes, entre otros. Dentro de sus cualidades más sobresalientes están:

- Multiplataforma: Funciona sin problemas en todos los sistemas operativos más utilizados (Windows, macOS y Linux).
- Permite conocer y organizar la estructura principal de un documento.
- Permite concentrarse en el contenido del documento, sin preocuparse por el formato ni las compatibilidades, ya que estos aspectos son gestionados automáticamente una vez dominado su uso.
- Facilita la escritura de ecuaciones y expresiones matemáticas complejas.
- Ofrece plantillas para crear documentos de forma más rápida y ordenada.

Seguro conoces los procesadores de texto como MS Word® que son tipo “WYSIWYG” (“What You See Is What You Get”, en español “Lo que ves es lo que obtienes”): escribes algo y el programa lo muestra en pantalla tal cual se imprimirá. Aunque esta aproximación o enfoque, en principio, pareciera buena, se vuelve limitada e ineficiente cuando se trabaja con documentos científicos complejos. Para resolver esta adversidad LaTeX adopta un enfoque radicalmente diferente: tú te concentras exclusivamente en el contenido y la estructura lógica del documento mediante una sintaxis simple con ciertas palabras reservadas para darle formato al texto, y el sistema se encarga automáticamente de aplicar ese formato profesional, consistente y estéticamente impecable. Esto se traduce en un control absoluto sobre la calidad tipográfica de ecuaciones complejas, la gestión automática de la numeración de tablas y figuras, la generación de índices e hipervínculos, y un estilo de publicación que cumple con los rigurosos estándares de revistas científicas internacionales, todo ello de una manera que Word simplemente no puede igualar en precisión, estabilidad y eficiencia para proyectos de gran envergadura.

A pesar de todas las bondades mencionadas anteriormente, hay ciertos retos que debemos afrontar al querer aprender LaTeX. Algunas de ellas son:

- **Curva de aprendizaje pronunciada:** Requiere tiempo y práctica para familiarizarse con la sintaxis y los comandos.
- **Menor inmediatez visual:** A diferencia de los procesadores "WYSIWYG", no se ve el resultado final mientras se escribe.
- **Configuración inicial:** Instalar y configurar LaTeX y paquetes adicionales puede ser complicado para principiantes.
- **Edición de documentos simples:** Para documentos muy cortos o sin fórmulas, puede resultar más laborioso que un procesador de texto convencional.
- **Dependencia de compilación:** Es necesario compilar el archivo para ver los cambios, lo que puede ser lento en documentos extensos.

A pesar de los desafíos listados anteriormente, queremos darte ánimo en esta nueva aventura de la escritura científica, ya que esta herramienta será de gran utilidad en tu labor científica y profesional. A continuación se detallarán información y actividades que te ayudarán a aprender esta gran herramienta.

Nota: a pesar de que LaTeX ofrece la creación de muchos tipos de documentos (presentaciones, reportes, libros, cartas, etc.), en esta guía nos enfocaremos solo en el tipo de documento que sirve para hacer reportes de laboratorio, esto para contextualizarlo directamente con el curso.

2.3 Instalación en Windows, Linux y macOS

Antes de comenzar a escribir en LaTeX, es necesario contar con una distribución o un editor de texto compatible. La forma más sencilla y universal de trabajar con LaTeX es mediante un editor en línea, que funciona en cualquier sistema operativo.

Opción universal: Overleaf

Overleaf (`https://www.overleaf.com/`) es un editor en línea que permite crear, editar y compilar documentos LaTeX directamente desde el navegador, sin necesidad de instalar nada en tu computadora. Es ideal para:

- Trabajar desde cualquier sistema operativo (Windows, Linux o macOS).
- Colaborar en tiempo real con otras personas.
- Evitar problemas de instalación de paquetes o compilación local.

Windows

Para trabajar localmente en Windows, la opción más recomendada es **MiKTeX**. Para instalarlo:

1. Ingresa al sitio oficial: `https://miktex.org/`.
2. Descarga el instalador correspondiente a tu versión de Windows.
3. Ejecuta el archivo descargado y sigue las instrucciones del asistente.
4. Una vez instalado, se recomienda también instalar un editor, por ejemplo:
    - **TeXworks** (incluido en MiKTeX)
    - **TeXmaker**: `https://www.xm1math.net/texmaker/`

Linux

En la mayoría de las distribuciones de Linux, LaTeX se instala mediante el gestor de paquetes.

- En distribuciones basadas en Debian o Ubuntu:

```
sudo apt update
sudo apt install texlive-full
sudo apt install texmaker
```

- En distribuciones basadas en Fedora:

```
sudo dnf install texlive-scheme-full
sudo dnf install texmaker
```

Para editar los documentos, se pueden utilizar editores como **TeXmaker**, **Kile**, o **VS Code** con la extensión LaTeX Workshop.

MacOS

En macOS se recomienda instalar la distribución **MacTeX**.

1. Descarga el instalador desde `https://tug.org/mactex/`.
2. Ejecuta el archivo `MacTeX.pkg` y sigue las instrucciones.
3. Una vez finalizada la instalación, se incluirá el editor **TeXShop**.

Alternativamente, se puede usar **TeXmaker** o **VS Code** con las extensiones correspondientes.

Verificación de la instalación

Para comprobar que LaTeX está correctamente instalado localmente, abre una terminal o consola y ejecuta:

```
pdflatex --version
```

Si el sistema devuelve información de la versión instalada, la instalación fue exitosa.

2.4 Sintaxis de LaTeX

El funcionamiento de LaTeX se basa en un sistema de composición tipográfica basado en comandos. El usuario escribe un archivo de texto plano en el que combina el contenido del documento con instrucciones especiales que indican cómo debe organizarse y mostrarse la información . Estas instrucciones corresponden a palabras reservadas o comandos (precedidos por una barra invertida "\"), que LaTeX interpreta al momento de compilar para generar el documento final con el formato adecuado.

A continuación se le presenta la sintaxis básica de LaTeX , cuando la veas en un archivo con instrucciones de compilación para LaTeX sabras reconocer inmediatamente que son comandos de formato:

- **Comandos**
  - Empiezan con \: `\comando`
  - Ejemplos: `\textbf{negrita}`, `\textit{cursiva}`, `\frac{a}{b}`
- **Comandos de formato estructural**
  - **Secciones**: `\section{Título}`, `\subsection{Sub}`
  - **Listas**:

```
\begin{itemize}
\item Elemento
\end{itemize}
```

- **Comandos para formulas o ecuaciones**
  - **Entre $**: `$E = mc^2$` (en línea)
  - **Entre \[y \]**: `\[ \int_a^b f(x)dx \]` (ecuación centrada)
- **Comandos para hacer comentarios**
  - Usa `%`: `% Esto es un comentario invisible`
- **Entornos:** una sección del documento que organiza el contenido y le da un formato o comportamiento específico.

```
\begin{tipo}
contenido aquí
\end{tipo}
```

- **Argumentos:** la información que le das a un comando o entorno para que haga algo específico.
  - **Obligatorios**: `{entre llaves}`
  - **Opcionales**: `[entre corchetes]`

2.5 Estructura básica de un reporte en LaTeX

Un documento en LaTeX tiene siempre dos partes principales: el **preámbulo** y el **cuerpo del documento**. En el preámbulo se define el tipo de documento, los paquetes a usar y datos generales como el título o el autor. En el cuerpo se escribe el contenido real del reporte, dividido en capítulos y/o secciones. A continuación se muestra un ejemplo mínimo de reporte (en LaTeX, el símbolo % es comentario):

```
-----------------------------------------
% Preambulo del documento
-----------------------------------------
\documentclass[12pt]{article} % Tipo de documento y tamaño de fuente
\usepackage[utf8]{inputenc} % Permite usar caracteres UTF-8 (acentos, ñ,
etc.)
\usepackage{amsmath} % Permite notación matemática avanzada
\usepackage{graphicx} % Permite insertar imágenes
\usepackage{geometry} % Permite modificar márgenes y tamaño del papel
\geometry{a4paper, margin=2.5cm} % Configura papel A4 con márgenes de 2.5
cm

-----------------------------------------
% cuerpo del documento
-----------------------------------------
\begin{document}
\title{Título del Reporte de Física}
\author{Nombre del Estudiante}
\date{\today}
\maketitle
```

```
\section{Introducción}
Aquí va la introducción al tema.
\section{Marco Teórico}
Explicación de los conceptos de física relevantes.
\section{Metodología}
Descripción detallada del experimento o simulación.
\section{Resultados}
Presentación de tablas, gráficos y observaciones.
\section{Discusión}
Interpretación de los resultados.
\section{Conclusiones}
Resumen de hallazgos y trabajos futuros.
\section{Referencias}
\bibliographystyle{plain}
\bibliography{referencias}
\end{document}
-----------------------------------------
% Acá termina el código del documento
-----------------------------------------
```

2.6 Sintaxis matemática en LaTeX

Escritura de ecuaciones en LaTeX

En LaTeXexisten varias maneras de escribir expresiones matemáticas, dependiendo de si se desea que aparezcan en línea dentro del texto o destacadas y sumeradas.

Ecuaciones en la misma línea

Para insertar una ecuación en el mismo renglón que el texto, se utilizan los símbolos de dólar. Así: \$ $y = mx + b$\$. El resultado será $y = mx + b$.

Ecuaciones centradas sin numeración

Si se utiliza el símbolo de dólar doblemente antes y después de la ecuación, aparecerá centrada en la página:

$$u = Asen(ax)cos(ax)$$

Ecuaciones numeradas

La segunda forma de escribir ecuaciones y numerarlas automáticamente es utilizando el entorno:
\begin{equation} .....
\end{equation}
Mediante el comando \label{ } puedo referenciar la ecuación para numerarla y luego mencionarla en los siguientes párrafos.

El resultado será:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \tag{2.1}$$

Como se muestra en la ecuación 2.1, la solución es sencilla.

```
\begin{equation} \label{ecuacion-cuadratica}
x^2 - 5x + 6 = 0
\end{equation}

Como se muestra en la ecuación \ref{ecuacion-cuadratica}, la solución es sencilla.
```

Figura 2.1: Entorno ecuación para ecuaciones numeradas

Las letras griegas

Para escribir las letras griegas se utiliza la barra inclinada \ y luego el nombre de la letra, como se muestra en la figura 2.2

α \alpha	ν \nu	ψ \psi
β \beta	ξ \xi	ω \omega
γ \gamma	o o	
δ \delta	π \pi	Γ \Gamma
ϵ \epsilon	ϖ \varpi	Δ \Delta
ε \varepsilon	ρ \rho	Θ \Theta
ζ \zeta	ϱ \varrho	Λ \Lambda
η \eta	σ \sigma	Ξ \Xi
θ \theta	ς \varsigma	Π \Pi
ϑ \vartheta	τ \tau	Σ \Sigma
ι \iota	υ \upsilon	Υ \Upsilon
κ \kappa	ϕ \phi	Φ \Phi
λ \lambda	φ \varphi	Ψ \Psi
μ \mu	χ \chi	Ω \Omega

Figura 2.2: Letras griegas en LATEX

Agregando índices y superíndices

Los exponentes se escibe con guión bajo _ y el subíndice con ˆ. Por ejemplo, al compilar las instrucciones de la figura 2.3:

```
(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2
```

Figura 2.3: Los exponentes en látex

La expresión se verá de la siguiente manera:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \tag{2.2}$$

Operaciones matemáticas básicas

En la figura 2.4 se escriben los comandos de LaTeXpara ciertas operaciones básicas utilizadas comunmente en física y matemáticas. Entre ellas los exponentes, raíces y fracciones.

Operación	Látex	Expresión
Exponente	x^{2}	x^2
Subíndice	y_{min}	y_{min}
Raiz cuadrada	\sqrt{x}	$\sqrt{x}$
Raíz	\sqrt[64]{x}	$\sqrt[64]{x}$
Fracciones	\frac{a}{b}	$\frac{a}{b}$

Figura 2.4: Operaciones básicas

Escribiendo ecuaciones en varias líneas

Para esto se podrían utilizar varios entornos del paquete amsmath. En este ejemplo se usará multline y split Usando el entorno multline (figura 2.5), las expresiones largas se pueden escribir en

```latex
\documentclass{article}
\usepackage{amsmath}

\begin{document}

\begin{multline}
a + b + c + d + e + f + g + h + i + j + k + l + m + n + o + p + q \\
+ r + s + t + u + v + w + x + y + z = 0
\end{multline}

\end{document}
```

Figura 2.5: Escribiendo ecuaciones largas

varias lineas, como sigue:

$$\begin{multline} a+b+c+d+e+f+g+h+i+j+k+l+m+n+o+p+q \\ +r+s+t+u+v+w+x+y+z=0 \tag{2.3} \end{multline}$$

También el entorno split (figura 2.6) nos ayuda a separar una expresión matemática en varias líneas:

```
\begin{equation}
\begin{split}
y &= mx + b \\
  &= \frac{\Delta y}{\Delta x}x + b
\end{split}
\end{equation}
```

Figura 2.6: Separando expresiones algebraicas

En este caso la expresión aparece como:

$$\begin{split} y &= mx + b \\ &= \frac{\Delta y}{\Delta x}x + b \end{split} \tag{2.4}$$

Símbolos matemáticos

En la figura 2.7 se encuentran los principales símbolos matemáticos utilizados en física y sus correspondientes comandos de LaTeX:

Significado	Comando LaTeX	Símbolo
Igualdad	=	$=$
Desigualdad	\neq	$\neq$
Aproximadamente igual	\approx	$\approx$
Proporcional a	\propto	$\propto$
Orden de magnitud	\sim	$\sim$
Más o menos	\pm	$\pm$
Producto escalar	\cdot	$\cdot$
Producto vectorial / cruz	\times	$\times$
División	\div	$\div$
Infinito	\infty	∞
Derivada parcial	\partial	∂
Operador nabla / grad, div, rot	\nabla	∇
Laplaciano (mayúscula)	\Delta	Δ
Integral	\int	$\int$
Integral de línea cerrada	\oint	$\oint$
Sumatoria	\sum	$\sum$
Multiplicatoria	\prod	$\prod$

Figura 2.7: Símbolos matemáticos más comunes.

Así mismo, es útil para tus reportes conocer cómo se escribe el símbolo $\pm$. El comando que se debe escribir en LaTeX para obtenerlo es `\pm`.

Usando operadores

En matemáticas, muchas funciones analíticas y algebraicas (como seno, coseno, logaritmos, límites, etc.) se escriben con letras rectas (romanas) en lugar de cursivas, para distinguirlas de variables.

Por ejemplo, si escribimos simplemente log, en LATEXaparecerá como si fueran tres variables multiplicadas. Para evitar esto, LaTeX ya tiene comandos predefinidos para la mayoría de funciones comunes.
Aquí tienes una lista alfabética de operadores y funciones ya disponibles en LATEX\arccos, \arcsin, \arctan, \arg, \cos, \cosh, \cot, \coth, \csc, \deg, \det, \dim, \exp, \gcd, \hom, \inf, \ker, \lg, \lim, \liminf, \limsup, \ln, \log, \max, \min, \Pr, \sec, \sin, \sinh, \sup, \tan, \tanh

Algunos operadores admiten subíndices como: \lim, \max. \min, etc

```
$$
\lim_{n \to \infty} a_n, \qquad \max_{x < X} x
$$
```

Figura 2.8: Enter Caption

Se vería de la siguiente manera:

$$\lim_{n \to \infty} a_n, \qquad \max_{x < X} x$$

2.7 Creación de Tablas en LATEX

Las tablas son elementos fundamentales en documentos científicos para organizar y presentar datos de manera clara y estructurada. En LATEX, las tablas se crean principalmente usando el entorno `tabular`.

Tablas Básicas

Entorno tabular

La estructura básica de una tabla en LATEX es:

```
\begin{tabular}{especificación de columnas}   % Inicia el entorno tabular
contenido & de & las celdas \\   % Filas separadas por & y terminadas con \\
segunda & fila & de datos \\   % Otra fila de datos
\end{tabular}   % Termina el entorno tabular
```

Donde la especificación de columnas define la alineación:

- `l` - columna alineada a la izquierda
- `c` - columna centrada
- `r` - columna alineada a la derecha
- `p{ancho}` - columna de ancho fijo con texto que fluye
- `|` - línea vertical entre columnas

Ejemplo de tabla básica con bordes

```
\begin{tabular}{|l|c|r|}   % 3 columnas con bordes, l= left, c= center, r= right
\hline   % Línea horizontal superior
Material & Densidad & Temperatura \\   % Encabezados en negrita
\hline   % Línea después del encabezado
Agua & 1000 & 20 \\   % Primera fila de datos
Aluminio & 2700 & 25 \\   % Segunda fila de datos
Acero & 7850 & 22 \\   % Tercera fila de datos
\hline   % Línea horizontal inferior
\end{tabular}   % Fin de la tabla
```

Se vería así:

Material	**Densidad (kg/m³)**	**Temperatura (°C)**
Agua	1000	20
Aluminio	2700	25
Acero	7850	22

Cuadro 2.1: Ejemplo de tabla básica con datos de laboratorio

Tabla sin bordes verticales

```
\begin{tabular}{lcr}   % 3 columnas sin bordes verticales
Material & Densidad & Temperatura \\   % Encabezados sin negrita
Agua & 1000 & 20 \\   % Datos de la primera fila
Aluminio & 2700 & 25 \\   % Datos de la segunda fila
Acero & 7850 & 22 \\   % Datos de la tercera fila
\end{tabular}   % Fin de la tabla
```

Se vería así:

Material	Densidad (kg/m³)	Temperatura (°C)
Agua	1000	20
Aluminio	2700	25
Acero	7850	22

Cuadro 2.2: Tabla sin líneas verticales

Tablas Avanzadas

Paquete booktabs para tablas profesionales

El paquete `booktabs` proporciona líneas de mejor calidad para tablas más profesionales:

```
\begin{tabular}{lcr}   % 3 columnas sin bordes
\toprule   % Línea superior gruesa (booktabs)
Departamento & Promedio & Desviación \\   % Encabezados
\midrule   % Línea delgada separadora (booktabs)
Física & 85.2 & 12.3 \\   % Primera fila de datos
Matemáticas & 78.9 & 15.6 \\   % Segunda fila de datos
Química & 82.1 & 11.8 \\   % Tercera fila de datos
\bottomrule   % Línea inferior gruesa (booktabs)
\end{tabular}   % Fin de la tabla
```

Se vería así:

Departamento	**Promedio**	**Desviación**
Física	85.2	12.3
Matemáticas	78.9	15.6
Química	82.1	11.8

Cuadro 2.3: Tabla con booktabs - Recomendada para publicaciones

Combinar celdas con multirow y multicolumn

Para tablas más complejas, podemos combinar celdas:

```
\begin{tabular}{|c|c|c|c|}   % 4 columnas centradas con bordes
\hline   % Línea horizontal
\multirow{2}{*}{Experimento}   % Celda que ocupa 2 filas verticalmente
& \multicolumn{3}{|c|}{Mediciones} \\   % Celda que ocupa 3 columnas
\cline{2-4}   % Línea parcial de la columna 2 a la 4
& Tiempo (s) & Velocidad (m/s) & Aceleración (m/s²) \\   % Subencabezados
\hline   % Línea después del encabezado
Caída libre & 2.5 & 24.5 & 9.8 \\   % Primera fila de datos
Péndulo & 1.8 & 3.2 & - \\   % Segunda fila de datos
\hline   % Línea final
\end{tabular}   % Fin de la tabla
```

Se vería así:

Experimento	Mediciones		
	Tiempo (s)	Velocidad (m/s)	Aceleración (m/s²)
Caída libre	2.5	24.5	9.8
Péndulo	1.8	3.2	-

Cuadro 2.4: Ejemplo de celdas combinadas

Entorno table para tablas flotantes

Es recomendable usar el entorno `table` para que LaTeX pueda posicionar las tablas automáticamente:

```
\begin{table}[h]   % Inicia entorno table [h] = aquí
\centering   % Centra toda la tabla
\caption{Título descriptivo de la tabla}   % Añade título y numeración
\label{tab:mi_tabla}   % Etiqueta para referencias internas
\begin{tabular}{...}   % Inicia la tabla
... contenido de la tabla ...   % Datos de la tabla
\end{tabular}   % Termina la tabla
\end{table}   % Termina el entorno table
```

Columnas de ancho fijo

Para texto largo en celdas, usar columnas de ancho fijo:

```
\begin{tabular}{|p{3cm}|c|p{4cm}|}   % Columnas de ancho fijo
\hline   % Línea superior
Instrumento & Precisión & Descripción \\   % Encabezados
\hline   % Línea después del encabezado
Multímetro digital & ±0.5% & Instrumento para medir... \\   % Descripción larga
Osciloscopio & ±2% & Equipo para visualizar... \\   % Otra descripción
\hline   % Línea inferior
\end{tabular}   % Fin de la tabla
```

Se vería así:

Instrumento	**Precisión**	**Descripción**
Multímetro digital	±0.5 %	Instrumento para medir voltaje, corriente y resistencia
Osciloscopio	±2 %	Equipo para visualizar señales eléctricas en el tiempo

Cuadro 2.5: Tabla con columnas de ancho fijo

Tablas con expresiones matemáticas

```
\begin{tabular}{lcc}   % 3 columnas
\toprule   % Línea superior booktabs
Ley & Ecuación & Unidades \\   % Encabezados
\midrule   % Línea separadora booktabs
Segunda Ley de Newton & $F = ma$ & N = kg·m/s² \\   % Fórmula matemática
Ley de Ohm & $V = IR$ & V = A·Ω\\   % Otra fórmula
Energía cinética & $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ & J = kg·m^2/s^2 \\   % Fracción matemática
\bottomrule   % Línea inferior booktabs
\end{tabular}   % Fin de la tabla
```

Se vería así:

Ley	**Ecuación**	**Unidades**
Segunda Ley de Newton	$F = ma$	N = kg·m/s²
Ley de Ohm	$V = IR$	V = A·Ω
Energía cinética	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	J = kg·m²/s²

Cuadro 2.6: Tablas con contenido matemático

Tabla completa para reporte de laboratorio

```
\begin{table}[H]   % Tabla fija en posición [H] = aquí
\centering   % Centrar la tabla
\caption{Mediciones de periodo de un péndulo simple}   % Título
\begin{tabular}{lcccc}   % 5 columnas
\toprule   % Línea superior
Masa (kg) & Longitud (m) & 10 oscilaciones (s)
& Periodo (s) & Error (%) \\   % Encabezados
\midrule   % Línea separadora
0.100 & 0.500 & 14.18 & 1.418 & 1.2 \\   % Primera medición
0.100 & 0.750 & 17.36 & 1.736 & 0.8 \\   % Segunda medición
0.200 & 0.500 & 14.21 & 1.421 & 1.4 \\   % Tercera medición
0.200 & 0.750 & 17.39 & 1.739 & 1.0 \\   % Cuarta medición
\bottomrule   % Línea inferior
\end{tabular}   % Fin de los datos
\label{tab:pendulo}   % Etiqueta para referencia
\end{table}   % Fin del entorno table
```

Se vería así:

Cuadro 2.7: Mediciones de periodo de un péndulo simple

Masa (kg)	**Longitud (m)**	**10 oscilaciones (s)**	**Periodo (s)**	**Error (%)**
0.100	0.500	14.18	1.418	1.2
0.100	0.750	17.36	1.736	0.8
0.200	0.500	14.21	1.421	1.4
0.200	0.750	17.39	1.739	1.0

Paquetes necesarios

Recuerda incluir en el preámbulo del documento los paquetes necesarios:

```
\usepackage{array}   % Mejora el entorno tabular
\usepackage{booktabs}   % Líneas profesionales para tablas
\usepackage{multirow}   % Combinar celdas verticalmente
\usepackage{float}   % Control de posicionamiento [H]
\usepackage{xcolor}   % Para texto en colores
```

Consejos para tablas en reportes científicos

- **Títulos descriptivos**: Cada tabla debe tener un título que explique claramente su contenido
- **Unidades claras**: Especificar siempre las unidades de medida entre paréntesis
- **Referencias correctas**: Usar `\ref{tab:label}` para referenciar tablas en el texto
- **Formato consistente**: Mantener el mismo estilo en todas las tablas del documento
- **Datos organizados**: Ordenar los datos de manera lógica (por valor, alfabéticamente, etc.)
- **Booktabs recomendado**: Para publicaciones científicas, prefiere el paquete booktabs sobre líneas verticales

2.8 Inserción de Imágenes en LaTeX

Las imágenes son elementos esenciales en reportes científicos para mostrar gráficos, diagramas, esquemas experimentales y resultados visuales.

Paquete graphicx

Para insertar imágenes, necesitas el paquete `graphicx` en el preámbulo:

```
\usepackage{graphicx}    % Siempre en el preámbulo
```

Sintaxis básica

```
\begin{figure}[h]    % Entorno figure [h] = aquí
\centering    % Centra la imagen
\includegraphics[width=0.5\textwidth]{nombre_archivo}    % Inserta imagen
\caption{Descripción de la imagen}    % Pie de figura
\label{fig:mi_imagen}    % Etiqueta para referencias
\end{figure}    % Fin del entorno
```

Ejemplo práctico

```
\begin{figure}[h]% Inserta una figura con el gráfico del péndulo.
La [h] viene de "here.en ingles e indica que la figura se colocará
ahí mismo en la parte del texto dónde se puso el comando.
\centering% Centra la imagen dentro del entorno figure
\includegraphics[width=0.6\textwidth]{Pictures/pendulo.png}%
Inserta la imagen y ajusta su tamaño al 60% del ancho del texto
\caption{Gráfico posición vs tiempo para un péndulo simple que
describe un movimiento armónico.}% Agrega un pie de figura
descriptivo
\label{fig:pendulo}% Etiqueta la figura para poder referenciarla
con \ref{fig:pendulo}
\end{figure}% Finaliza el entorno figure
```

Se vería así:

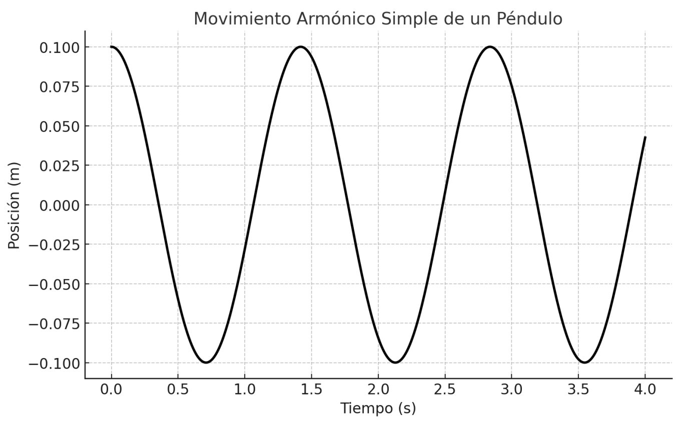


Figura 2.9: Gráfico de los resultados del periodo del péndulo en función de la longitud.

Opciones de tamaño

```
\includegraphics[width=0.8\textwidth]{imagen}    % 80% del ancho de texto
\includegraphics[height=5cm]{imagen}    % Altura fija de 5cm
\includegraphics[scale=0.7]{imagen}    % Escala 70%
\includegraphics[width=0.3\linewidth]{imagen}    % 30% del ancho de línea
```

Formatos soportados

LaTeX soporta los siguientes formatos de imagen:

- **PDF** (recomendado para alta calidad)
- **PNG** (para gráficos y diagramas)
- **JPG** (para fotografías)
- **EPS** (para gráficos vectoriales)

Consejos para imágenes científicas

- **Nombres descriptivos**: Usar nombres como `grafico_datos.pdf` en lugar de `img1.jpg`
- **Resolución adecuada**: 300 DPI para impresión, 150 DPI para pantalla
- **Pies de figura claros**: Describir qué se muestra y qué conclusiones se pueden extraer
- **Referencias en el texto**: Usar `\ref{fig:label}` para citar figuras
- **Formato vectorial**: Preferir PDF/EPS para gráficos y diagramas

Ejemplo completo con referencia

En el texto puedes referenciar la figura así:

```
Como se muestra en la Figura \ref{fig:esquema}, el experimento consta de...
```

```
\begin{figure}[h]
\centering
\includegraphics[width=0.4\textwidth]{esquema_experimental}
\caption{Esquema del montaje experimental utilizado.}
\label{fig:esquema}
\end{figure}
```

Se vería así:

[Aquí aparecería tu imagen “esquema_experimental.pdf"]

Figura 2.10: Esquema del montaje experimental utilizado.

Posicionamiento de figuras

Las opciones de posicionamiento `[ ]`:

- `h` = aquí (here)
- `t` = arriba (top)
- `b` = abajo (bottom)
- `p` = página aparte (page)
- `!` = forzar posición

Ejemplo: `[htbp]` = intenta aquí, luego arriba, luego abajo, luego página aparte.

Paquete float para mayor control

Para mayor control del posicionamiento, usa el paquete `float`:

```
\usepackage{float}    % En el preámbulo
\begin{figure}[H]     % [H] = posición fija exacta
```

Nota importante

Para que las imágenes se muestren correctamente:

- Coloca los archivos de imagen en la misma carpeta que tu archivo .tex
- Usa el nombre exacto del archivo incluyendo la extensión (.jpg, .png, .pdf)

- En Overleaf, sube las imágenes usando el botón Üpload"

Ejemplo de nombres que puedes usar:

- `montaje_pendulo.jpg` - Foto del equipo experimental
- `grafico_resultados.pdf` - Gráfico de tus datos
- `diagrama_flujo.png` - Diagrama del procedimiento
- `tabla_datos.pdf` - Tabla exportada como imagen

2.9 Referencias bibliográficas en LaTeX

En los trabajos académicos y científicos, es fundamental citar correctamente las fuentes utilizadas. En LaTeX, existen dos formas comunes de manejar las referencias: La primera es el entorno `thebibliography` (adecuado para trabajos cortos) y la segunda es uso de un archivo externo de bibliografía (`.bib`) con BibTeX o BibLaTeX (recomendado para informes extensos o tesis).

Método 1: Referencias manuales con `thebibliography`

Este método es simple y útil para documentos pequeños. Las referencias se escriben directamente al final del documento. En el cuerpo del texto se usa el comando `\cite{}` para citar.

Por ejemplo, consideremos el siguiente documento:

```
\documentclass{article}
\begin{document}

Este es un ejemplo donde citamos un libro de física \cite{halliday}
y un artículo clásico sobre superconductividad \cite{bcs}.

\begin{thebibliography}{9}
\bibitem{halliday}
D. Halliday, R. Resnick y J. Walker, /Fundamentos de Física},
Wiley, 10ª edición (2014).

\bibitem{bcs}
J. Bardeen, L. N. Cooper y J. R. Schrieffer, “Theory of Superconductivity”,
/Physical Review}, {108}, 1175 (1957).
\end{thebibliography}
\end{document}
```

Al compilar este documento, se mostrará en el texto algo como:

Ejemplo de salida compilada:

Este es un ejemplo donde citamos un libro de física [1] y un artículo clásico sobre superconductividad [2].

Referencias

[1] D. Halliday, R. Resnick y J. Walker, *Fundamentos de Física*, Wiley, 10ª edición (2014).

[2] J. Bardeen, L. N. Cooper y J. R. Schrieffer, “Theory of Superconductivity”, *Physical Review*, **108**, 1175 (1957).

Notas importantes:

- La clave usada en `\bibitem{}` debe coincidir con la usada en `\cite{}`.
- El número entre llaves en `\begin{thebibliography}{9}` sólo controla el espacio reservado para los números de referencia.
- Este método es adecuado para reportes cortos, pero no para proyectos grandes con muchas fuentes. En esos casos se recomienda usar un archivo `.bib` con BibTeX o BibLaTeX.

Método 2: Referencias automáticas con BibLaTeX

Este método es más profesional y se recomienda para informes largos, artículos o tesis. Las referencias se guardan en un archivo externo con extensión `.bib`, y LaTeX se encarga de generarlas automáticamente.

En este caso se trabaja con dos archivos:

1. El archivo principal (`main.tex`)
2. El archivo de bibliografía (`referencias.bib`)

El archivo principal `main.tex` podría verse así:

```
\documentclass{article}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[spanish]{babel}
\usepackage{csquotes}
\usepackage[style=phys,backend=biber]{biblatex}
\addbibresource{referencias.bib}

\begin{document}

La ecuación de Schrödinger es fundamental en la mecánica cuántica \cite{griffiths2018}.
También se han desarrollado teorías más modernas de superconductividad \cite{bcs1957}.

\printbibliography

\end{document}
```

y el archivo de bibliografía `referencias.bib` contiene las fuentes en formato BibTeX:

```
@book{griffiths2018,
  author = {David J. Griffiths and Darrell F. Schroeter},
  title = {Introduction to Quantum Mechanics},
  publisher = {Cambridge University Press},
  year = {2018},
  edition = {3rd}
}
@article{bcs1957,
  author = {J. Bardeen and L. N. Cooper and J. R. Schrieffer},
  title = {Theory of Superconductivity},
  journal = {Physical Review},
  volume = {108},
  pages = {1175–1204},
  year = {1957}
}
```

Al compilar ambos archivos correctamente (`pdflatex → biber → pdflatex → pdflatex`), el resultado final se verá así:

Ejemplo de salida compilada:

La ecuación de Schrödinger es fundamental en la mecánica cuántica [1].
También se han desarrollado teorías más modernas de superconductividad [2].

Referencias

[1] D. J. Griffiths y D. F. Schroeter, *Introduction to Quantum Mechanics*, 3rd ed., Cambridge University Press (2018).

[2] J. Bardeen, L. N. Cooper y J. R. Schrieffer, "Theory of Superconductivity", *Physical Review*, **108**, 1175–1204 (1957).

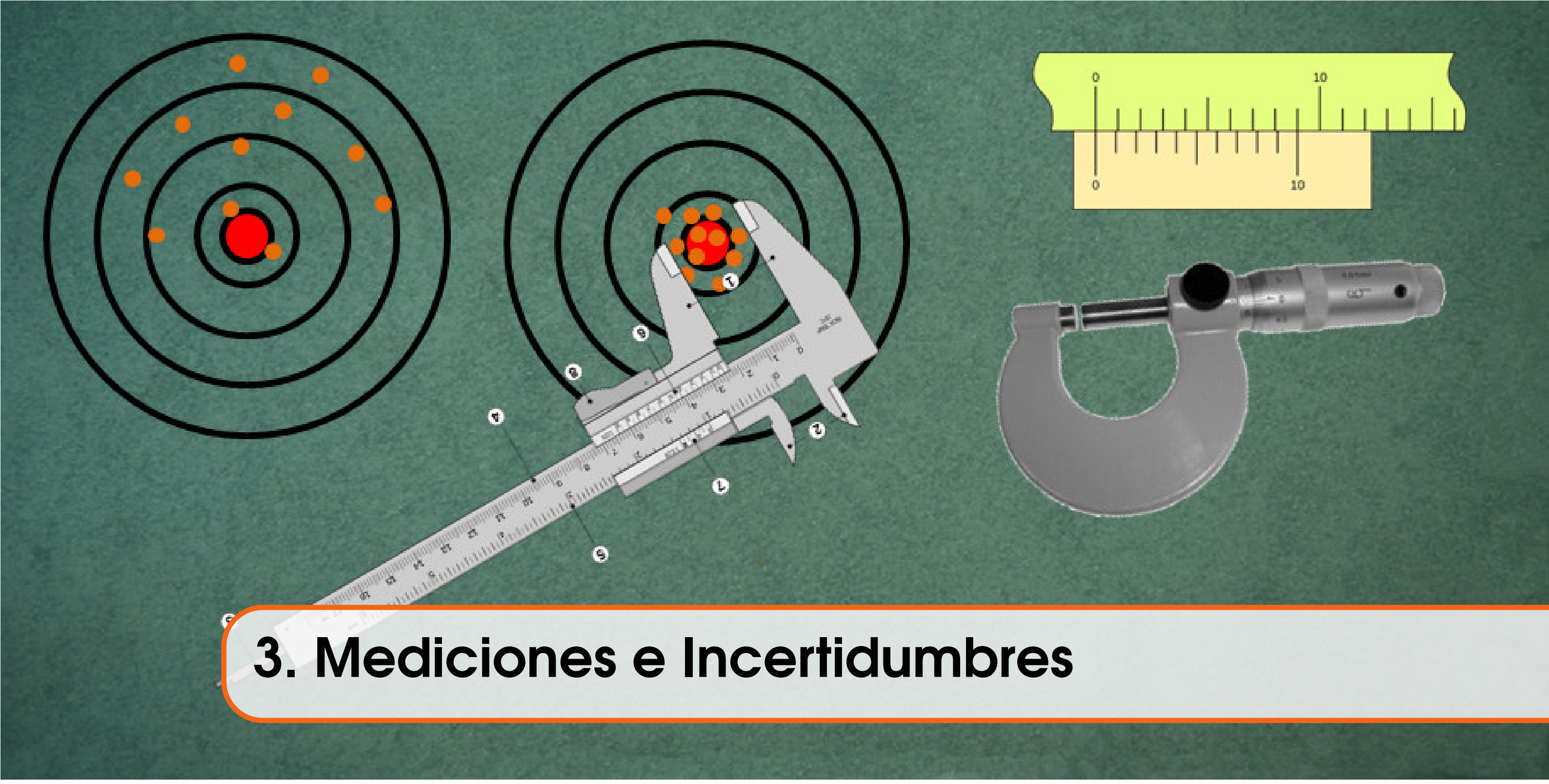
Notas importantes:

- El archivo `.bib` puede contener todas las referencias de un proyecto o tesis.
- El campo `style=phys` genera un formato de cita similar al usado en revistas de física. Otros estilos posibles son: `numeric`, `apa`, `ieee`, entre otros.
- Siempre compila en el orden correcto: `pdflatex` → `biber` → `pdflatex` → `pdflatex`.
- Puedes citar múltiples fuentes con `\cite{clave1,clave2}`.

2.10 Actividad para el aprendizaje:

Instrucciones: Su profesor le entregará al menos una tabla de datos de mediciones efectuadas (también podría entregar algunos gráficos elaborados a partir de esas mediciones). A partir de estos datos entregados, realice un reporte pequeño usando LaTeX para escribirlo. Entregue a su profesor el archivo script .tex con las instrucciones y el pdf compilado de su archivo. También como opción puedes compartirle los archivos por medio de la plataforma Overleaf.
El reporte debe contener al menos lo siguiente:

- Resumen o abstract.
- introducción teórica.
- metodología (El profesor debe explicarle como se obtuvieron los datos y proporcionarle la incertidumbre de los instrumentos).
- Resultados (tabla de datos, gráficos, ecuaciones).
- Conclusiones.
- Refencias bibliográficas.



3. Mediciones e Incertidumbres

3.1 Objetivos

1. Manipular instrumentos de medición, usando sus distintas escalas y determinar la incertidumbre en cada caso.
2. Ejecutar mediciones indirectas de perímetros, área, volumen y densidad así como calcular la incertidumbre propagada.

3.2 Introducción

El ser humano para realizar las actividades cotidianas ha tenido la necesidad de medir, o sea, saber cual es el valor de alguna magnitud física que caracteriza a un objeto o fenómeno específico, comparándolo con otro del mismo tipo que le sirve de base o patrón.

El valor verdadero de una magnitud física podría definirse como aquel que se mediría sin introducir ningún error en el método de medición, y sin restricciones en las cifras que pueden apreciarse en la escala del instrumento utilizado.

Pero esto en la práctica es imposible, la cantidad que resulta de cualquier medición tiene siempre algún grado de incertidumbre, debido a que se introducen errores de diferente tipo y por diferentes causas.

Por lo tanto el resultado de la medición de una magnitud siempre debe expresarse como:

$$x \pm \delta x \tag{3.1}$$

donde δx representa la incertidumbre absoluta de la medición.

Se define como incertidumbre relativa a la razón entre la incertidumbre absoluta y la variable medida:

$$\frac{\delta x}{x} \tag{3.2}$$

Tipos de error

Si la diferencia entre el valor real de una magnitud y el valor que se mide se produce por igual cuando se repite la medición en idénticas condiciones, se denomina error sistemático. Pero si la diferencia fluctúa al repetir la medición se denomina error aleatorio.

La mayoría de las veces es posible detectar y eliminar los errores sistemáticos provocados por algún defecto en el instrumento de medición o por inadecuada posición del experimentador respecto a la escala cuando hace la lectura, pero los errores aleatorios producidos por cambios de iluminación, presión atmosférica, humedad, corrientes de aire o fluctuaciones de voltaje son impredecibles e incontrolables durante la realización del experimento.

Exactitud y precisión

Se dice que el resultado de una medición es exacto si el error sistemático está minimizado. La exactitud expresa cuán cerca están las medidas respecto del valor “verdadero” de la magnitud que se mide.

Si se minimiza el error aleatorio se dice que el resultado es preciso. La precisión se refiere al grado con el que las medidas concuerdan entre sí.

Si en un conjunto de mediciones se llegara a minimizar el error sistemático y aleatorio, las lecturas se dispersarán alrededor del valor verdadero de la cantidad y se dice entonces que la medida es exacta y precisa.

Estos conceptos acostumbran a representarse de forma gráfica acudiendo a la analogía de los disparos sobre una diana, considerando el centro de dicha diana como el valor verdadero o de referencia (figura 3.1).

Así, en el caso 1 de la figura 3.1 se observa una gran dispersión en los disparos, pudiendo asociárseles una distribución uniforme o rectangular. Este hecho refleja falta de precisión, a lo que se añade falta de exactitud, dado el sesgo observado, al encontrarse el valor central de la distribución alejado del valor verdadero.
En el caso 2 los disparos están mucho más agrupados, pero el punto medio de todos ellos se encuentra de nuevo alejado del centro de la diana. En este caso, existe buena precisión (los puntos están muy agrupados, sugiriendo una distribución normal o gaussiana), pero falta de exactitud, debido al sesgo (error sistemático) existente entre el valor medio y el valor verdadero (centro de la diana). En el tercer caso, el valor medio de los disparos coincide con el centro de la diana (buena exactitud), aunque con bastante dispersión (falta de precisión): la distribución es normal en lugar de rectangular.
En el último caso, los disparos están muy agrupados en torno al centro de la diana (su distribución de probabilidad es muy estrecha), siendo este el caso ideal de buena precisión y buena exactitud (resultado no sesgado).

Medición directa

Las mediciones directas son el resultado de la comparación directa de una cantidad desconocida, con el patrón de medición o cantidad estandarizada de la misma especie y que generalmente se realiza con la ayuda de instrumentos analógicos o digitales.

La incertidumbre asociada a un instrumento de medición se presenta como un límite por debajo del cual es imposible acercarse más al valor verdadero de la medición y desde luego puede ser predeterminado por el experimentador de acuerdo con la finalidad que persigue.

Consideremos que se quiere medir la longitud de un segmento utilizando la regla graduada en centímetros de la figura 3.2.

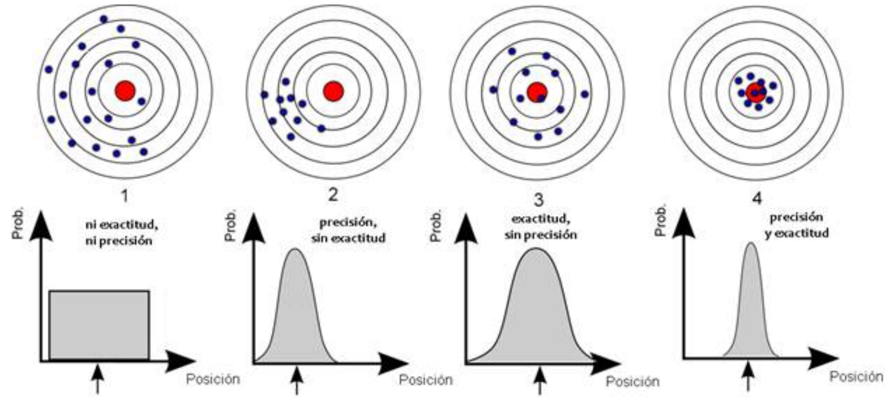


Figura 3.1: (Arriba) Resultados de cuatro series de disparos a un blanco. (Abajo) Las correspondientes funciones de densidad de probabilidad.

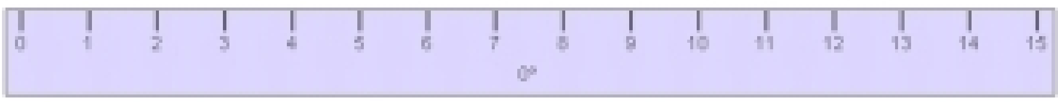


Figura 3.2: Regla graduada en centímetros.

El resultado de la medición se expresa con un número limitado de cifras denominadas significativas que van a depender de la precisión del instrumento utilizado. Por ejemplo la longitud del segmento puede que sea 9.5cm; 9.6cm o tal vez 9.7cm. La primera cifra o sea el 9 es una cifra segura que ofrece la escala de la regla y se denomina exacta pero no así la última cifra, ya que las décimas de centímetros (milímetros) tienen que ser estimadas por eso se le denomina dudosa. Otro dígito que se escribiera después de la cifra estimada no tiene ningún significado en esta medición. A las cifras exactas junto con la dudosa se les llama cifras significativas.

Si el instrumento es analógico la incertidumbre de la medida directa se determina como la mitad de la menor división de la escala, así pues si la regla está graduada en centímetros como en este caso, tiene un error asociado de 0,5cm y el resultado de la medición se expresa por ejemplo como L = 9.5cm $\pm$ 0.5cm lo cual significa que el valor "verdadero" de la longitud del segmento medido está con certeza en el intervalo entre 9.0cm y 10.0cm, denominado intervalo de confianza. En el caso de instrumentos digitales se considera como incertidumbre asociada la menor división de la escala, como por ejemplo un termómetro digital en el que se registra una lectura de temperatura de 23.2°C, la incertidumbre asociada es 0.1°C y el resultado se expresa como T = 23.2°C $\pm$ 0.1°C lo cual significa que el valor "verdadero" de la temperatura está con seguridad en el intervalo de 23.1 °C a 23.3°C.

Medición indirecta

Las mediciones indirectas son aquellas en las cuales el valor buscado de la magnitud se halla por el conocimiento de la dependencia entre el mismo y las magnitudes directamente medidas.

Por ejemplo el largo (l), ancho (a) y espesor por de un bloque rectangular se mide directamente con ayuda de una regla pero para medir el área y volumen del bloque se requiere de las relaciones matemáticas entre las magnitudes medidas directamente como $A = la$ y $V = lae$, por lo tanto son mediciones indirectas. En la medición indirecta de una magnitud, se propaga el error asociado de las variables medidas directamente relacionadas con ella.

Propagación de errores

Supongamos que tenemos un conjunto de medidas $x_1, x_2, x_3, ...$ realizadas una única vez con el mismo instrumento, con sus respectivas incertidumbres $\delta x_1, \delta x_2, \delta x_3, ...$ Pues bien si con ellas vamos a realizar el cálculo de una medida indirecta f($x_1, x_2, x_3, ...$), como el área, el volumen u otra cantidad. La incertidumbre $\delta x_1, \delta x_2, \delta x_3, ...$ tambien se propanga en la estimación de la medida indirecta.

La incertidumbre δf se obtiene mediante la ley de propagación de incertidumbres del caso lineal está dada por

$$\delta f = \sum_{i=1}^{N} \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \delta x_i \tag{3.3}$$

donde $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ es la derivada parcial de la medida indirecta con respecto a la medida x_i, ello es porque la f es una función multivaluada, y el valor absoluto corresponde al hecho de que la incertidumbre, como tal, es una cantidad positiva.

Ejemplos

Suma o resta

Suponga que se obtiene una cantidad w por medio de suma o resta de las cantidades x, y, las cuales son independientes entre sí:

$$w = x \pm y \tag{3.4}$$

La incertidumbre propagada a la cantidad w es igual a

$$\delta w = \left| \frac{\partial w}{\partial x} \right| \delta x + \left| \frac{\partial w}{\partial y} \right| \delta y \tag{3.5}$$

las derivadas en este caso son iguales a 1, lo cual da las incertidumbres absolutas de las variables medidas directamente, involucradas con ésta o sea

$$\delta w = \delta x + \delta y \tag{3.6}$$

Es importante notar que el cálculo del valor δw tanto en la suma como en la resta de dos variables se sumó y no se restó, de esta manera se garantiza que se maximiza del error.

Multiplicación o división

Suponga que se obtiene una cantidad w por medio de multiplicación y/o división de las cantidades x, y, z las cuales son independientes entre sí. Así como $w = xyz$ la incertidumbre relativa de una magnitud w obtenida como resultado de una operación de multiplicación o división se puede obtener de la propagación de errores por medio de

$$\delta w = \left| \frac{\partial w}{\partial x} \right| \delta x + \left| \frac{\partial x}{\partial y} \right| \delta y + \left| \frac{\partial w}{\partial z} \right| \delta z \tag{3.7}$$

Aquí las derivadas dan como resultado $\frac{\partial w}{\partial x} = yz$; $\frac{\partial w}{\partial y} = xz$; $\frac{\partial w}{\partial z} = xy$; por lo que el resultado sería

$$\delta w = yz\delta x + xz\delta y + xy\delta z \tag{3.8}$$

Si la dividimos δw por w obtenemos como resultado, lo que sería la incertidumbre relativa de la medida indirecta

$$\frac{\delta w}{w} = \frac{\delta x}{x} + \frac{\delta y}{y} + \frac{\delta z}{z} \tag{3.9}$$

El resultado anterior es independiente de que se trate de una multiplicación o una división de las variables involucradas.

Funciones trigonométricas

Si medimos un ángulo θ, medido en radianes, la con una incertidumbre de $\delta\theta$ y queremos calcular la función con su respectiva incertidumbre, usando el resultado de la propagación de errores sería

$$\delta(sen\theta) = \frac{d(sen\theta)}{d\theta}\delta\theta = cos\theta\delta\theta \tag{3.10}$$

Incertidumbre en el caso de que los instrumentos no sean los mismos, por ejemplo si se quiere determinar la densidad de un cuerpo y lo que se mide es la masa con una balanza de forma que su resultado con su respectiva incertidumbre es $m \pm \delta m$ y el volumen (digamos viendo la cantidad de agua desplazada en una probeta donde se sumerge el cuerpo) $V \pm \delta V$, como podemos ver se uso dos instrumentos distintos para determinar los valores con los que se puede calcular la densidad, $\rho = \frac{m}{V}$. En este caso para la propagación de errores tendríamos que usar la ecuación 3.3 y tendriamos que:

$$\delta\rho = \left|\frac{\partial\rho}{\partial m}\right|\delta m + \left|\frac{\partial\rho}{\partial V}\right|\delta V = \frac{1}{V}\delta m + \frac{m}{V^2}\delta V \tag{3.11}$$

3.3 Tratamiento estadístico de datos

La estadística es una herramienta muy útil para analizar los datos obtenidos en el proceso de medir, especialmente cuando se mide repetidamente una cantidad. En cualquier disciplina o rama de la ciencia que implique mediciones habrá que llevar a cabo procesos estadísticos para garantizar precisión y repetibilidad de los resultados.
El repetir mediciones de una cantidad y promediar el resultado reduce los errores aleatorios que han sido mencionados anteriormente. Suponga que se realizan N mediciones de una misma magnitud, con resultados x_1, x_2, x_3 ..., x_j,...x_N. En general se puede mostrar que la mejor estimación de la cantidad x viene dado por el promedio de los valores:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma_{j=1}^{N} x_j}{N}. \tag{3.12}$$

es importante conocer la desviación de cada medición con respecto al valor promedio $\bar{x}$ como: $\Delta x_j = x_j - \bar{x}$, para $j = 1,2,3,...N$. De esta manera se define la desviación estándar o desviación cuadrática media de las mediciones individuales como:

$$S_x = \sqrt{\frac{\Sigma_{j=1}^{N}(x_j - \bar{x})^2}{N-1}}. \tag{3.13}$$

Hay que notar que S_x en general no depende de N, si se aumentara el número de medidas en la ecuación anterior, aumentarían tanto el numerador como el denominador, dando como resultado una ligera variación. Para minimizar las desviación de los datos lo que se debe hacer es medir cuidadosamente, para que la cantidad S_x sea pequeña.
En un experimento dado la desviación estándar está relacionada con la incertidumbre estadística asociada al mejor valor de $\bar{x}$ de la siguiente manera:

$$\delta_x = \frac{S_x}{\sqrt{N}}. \tag{3.14}$$

En este caso δ_x dismunuirá progresivamente al aumentar N, por lo tanto aumentando el número de mediciones de una cantidad disminuirá la incertidumbre asociada a la misma.

Discrepancia

Si la misma cantidad es medida por dos observadores distintos o con diferentes métodos, es posible que los resultados no coincidan, es decir hay una discrepancia. Este concepto está asociado a la reproducibilidad de las mediodiones, es decir si hay una concordancia entre mediciones realizadas por distintos observadores o con diferentes métodos.
Un criterio que se aplica para saber si la discrepancia entre dos observaciones independientes es significativa o no, es el siguiente:

- Tenemos dos mediciones:
  Medición 1: $x_1 = \bar{x}_1 \pm \Delta x_1$
  Medición 2: $x_2 = \bar{x}_2 \pm \Delta x_2$
- Se define:
$$\Delta x^2 = \Delta x_1{}^2 + \Delta x_2{}^2$$
- Se puede decir con un límite de confianza del 68 % que las mediciones son distintas si:
$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| \geq \Delta x$$
- Se puede decir con un límite de confianza del 96 % que las mediciones son distintas si:
$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| \geq 2\Delta x$$

Estos criterios también se aplican cuando se comparan valores obtenidos en el laboratorio con valores tabulados. Recuerde que hay una gran diferencia entre discrepancia e incertidumbre. La discrepancia está asociada a la superposición de los rangos donde se encuentran los valores posibles de una medida (incertidumbres) de dos resultados diferentes.

3.4 Utilización del Vernier

El Vernier, también denominado calibre, calibrador, cartabón de corredera, pie de rey, pie de metro o forcípula (para medir árboles), es un instrumento utilizado para medir dimensiones de objetos relativamente pequeños, desde centímetros hasta fracciones de milímetros. Consta de una regla con una escuadra en un extremo, sobre la cual se desliza otra destinada a indicar la medida en una escala. Permite apreciar longitudes de 1/10, 1/20 y 1/50 de milímetro utilizando el nonio, es una segunda escala auxiliar que permite apreciar una medición con mayor precisión al complementar las divisiones de la regla o escala principal del instrumento de medida. Mediante piezas especiales en la parte superior y en su extremo, permite medir dimensiones internas y profundidades. Posee dos escalas: la inferior milimétrica y la superior en pulgadas, dependiendo del modelo y marca del vernier. En la figura 3.3 se muetra un vernir con sus partes:

1. Mordazas para medidas externas.
2. Mordazas para medidas internas.
3. Coliza para medida de profundidades.
4. Escala con divisiones en centímetros y milímetros.
5. Escala con divisiones en pulgadas y fracciones de pulgada.
6. Nonio para la lectura de las fracciones de milímetros en que esté dividido.
7. Nonio para la lectura de las fracciones de pulgada en que esté dividido.
8. Botón de deslizamiento y freno.

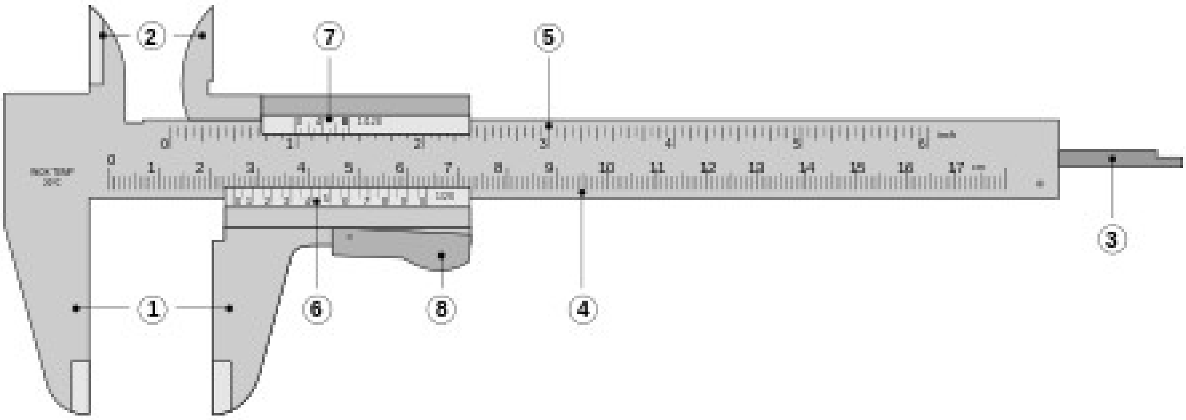


Figura 3.3: Vernier.

Las partes fundamentales de un calibre, que determinan su funcionamiento, son la regla que sirve de soporte y la corredera o parte móvil que se desliza por la regla estas dos partes forman el calibre. En todo momento la medida de exterior, interior y profundidad es la misma, al estar definida por la posición de la corredera sobre la regla, y que permite hacer la lectura de la medida en la escala de la regla y en el nonio. Cuando el calibre está cerrado, su indicación es cero.

El sistema consiste en una regla sobre la que se ha grabado una serie de divisiones según el sistema de unidades empleado, y una corredera, con un fiel o punto de medida, que se mueve a lo largo de la regla.

Para poder apreciar distintos valores entre dos divisiones consecutivas, se ideó una segunda escala que se denomina nonio o vernier, grabada sobre la corredera y cuyo punto cero es el fiel de referencia. El nonio o vernier es esta segunda escala, no el instrumento de medida o el tipo de medida a realizar, tanto si es una medición lineal, angular, o de otra naturaleza, y sea cual fuere la unidad de medida.

Esto es, si empleamos una regla para hacer una medida, solo podemos apreciar hasta la división más pequeña de esta regla; si además disponemos de una segunda escala podemos distinguir valores más pequeños. El nonio toma un fragmento de la regla (que en el sistema decimal es un múltiplo de diez menos uno: 9, 19, etc.) y lo divide en un número más de divisiones: 10, 20,...

En la figura 3.4 se toman 9 divisiones de la regla y la dividen en diez partes iguales; es el caso más sencillo, de tal modo que cada una de estas divisiones sea de 0.9 unidades de la regla. Esto hace que si la división cero del nonio coincide con la división cero de la regla, la distancia entre la primera división de la regla y la primera del nonio sea de 0.1; que entre la segunda división de la regla y la segunda del nonio haya una diferencia de 0.2; y así, sucesivamente, de forma que entre la décima división de la regla y la décima del nonio haya 1.0; es decir: la décima división del nonio coincide con la novena de la regla, según se ha dicho en la forma de construcción del nonio. Esto hace que en todos los casos en los que el punto 0 del nonio coincida con una división de la regla el punto diez del nonio también lo haga.

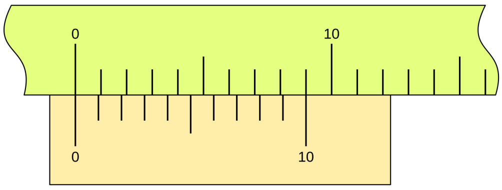


Figura 3.4: Nonio.

Cuando la división uno del nonio coincide con una división de la regla, el fiel está separado 0.1 adelante. De modo general, el fiel indica el número entero de divisiones de la regla, y el nonio indica su posición entre dos divisiones sucesivas de la regla.

En la figura 3.5 se muestran varios ejemplos de mediciones con el vernier.

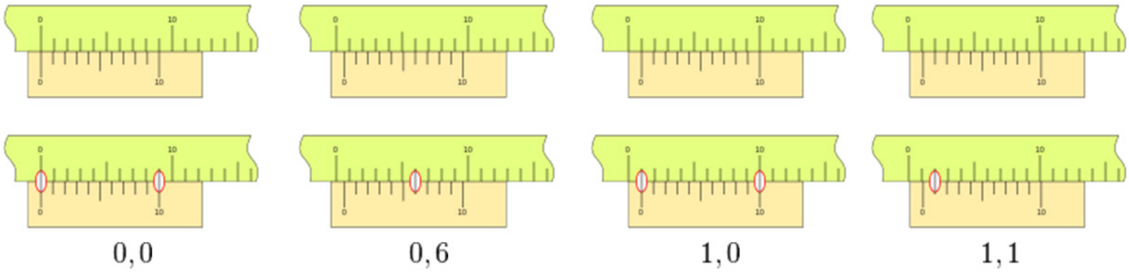


Figura 3.5: Ejemplos de mediciones con el vernier.

3.5 Utilización del Micrómetro

El micrómetro (figura 3.6), que también es denominado tornillo de Palmer, calibre Palmer o simplemente palmer, es un instrumento de medición de distancia. Su funcionamiento se basa en un tornillo micrométrico que sirve para valorar el tamaño de un objeto con gran precisión, en un rango del orden de centésimas o de milésimas de milímetro (0,01 mm y 0,001 mm respectivamente).

Figura 3.6: Micrómetro.

Para proceder con la medición posee dos extremos que son aproximados mutuamente merced a un tornillo de rosca fina que dispone en su contorno de una escala grabada, la cual puede incorporar un nonio.

3.6 Equipo

- Reglas graduadas
- Cuerpo irregular
- Balanza
- Vernier
- Probeta
- Micrómetro
- Cronómetro
- Esferas

3.7 Procedimiento

Mediciones

1. Anote la menor medida que es posible realizar con cada uno de los instrumento de medición que tiene en su puesto de trabajo. Determine la incertidumbre de cada uno. Anote los resultados en la tabla 1.

Tabla 1: Incertidumbre de un instrumento

Instrumento	Regla	Vernier	Micrómetro	Balanza	Probeta	Cronómetro
Menor medida						
Incertidumbre						

2. Mida el largo y el ancho de una hoja de papel utilizando la regla. Exprese cada resultado con su incertidumbre absoluta y relativa. Anote los resultados en la tabla 2. 3. Calcule el perímetro y el área de la hoja. Exprese cada resultado con su incertidumbre absoluta y relativa. Anote los resultados en la tabla 2.

Tabla 2: Calculo de Incertidumbres

Hoja de papel	Largo	Ancho	Perímetro	Área
Medición				
Incertidumbre absoluta				
Incertidumbre relativa				

4. Mida la masa de la esfera con la balanza y el diámetro con el vernier, anote esos valores con su respectiva incertidumbre absoluta y relativa. Calcule el volumen de la esfera y su densidad así como su correspondiente incertidumbre absoluta y relativa. Anote los resultados en la tabla 3. El volumen de una esfera es $V = \frac{4\pi}{3}r^3$ y la densidad es $\rho = \frac{m}{V}$.

Tabla 3: Densidad de objetos

Esfera	Masa	Diámetro	Volumen	Densidad
Medición				
Incertidumbre absoluta				
Incertidumbre relativa				

Calcule el porcentaje de error de la densidad de la esfera hallada por usted, empleando el valor teórico que le suministra su profesor o profesora y usando la expresión

$$\% \quad error = \left| \frac{valor \quad teorico - valor \quad experimental}{valor \quad teorico} \right| \times 100 \tag{3.15}$$

5. Mida la masa del cuerpo irregular con la balanza, y su volumen utilizando la probeta con agua. El volumen del cuerpo es igual a la diferencia del volumen del agua en la probeta con el cuerpo sumergido y el volumen del agua antes de sumergir el cuerpo, es decir $\Delta V = V_{final} - V_{inicial}$. Anótelos en la tabla 4 junto con su respectiva incertidumbre absoluta y relativa. Calcule su densidad y su correspondiente incertidumbre absoluta y relativa.

Tabla 4: Densidad e incertidumbre

Cuerpo irregular	Masa	Volumen	Densidad
Medición			
Incertidumbre absoluta			
Incertidumbre relativa			

6. Mida el espesor de una hoja de papel usando el micrómetro y reporte la incertidumbre absoluta y relativa.

Tratamiento estadístico de datos

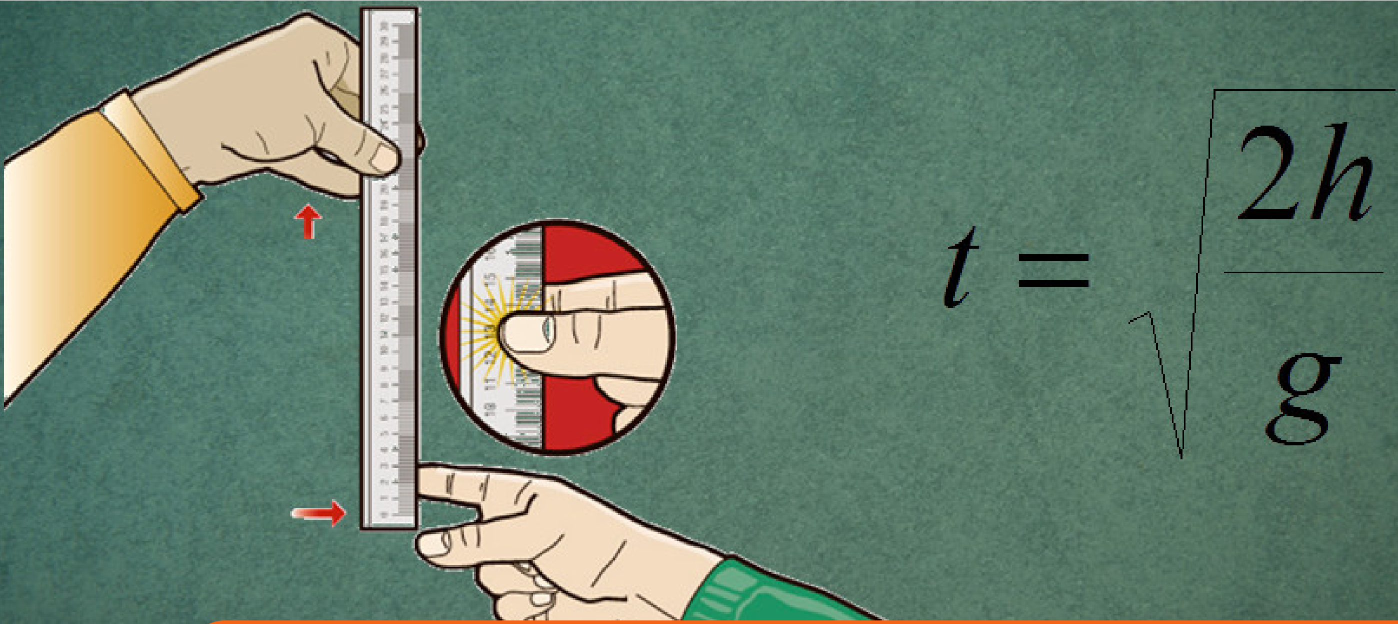
1. Se intenta conocer el área de una esfera y para ello se mide varias veces el diámetro con un micrómetro. Los resultados se registran en la siguiente tabla:

Tabla 5: Diámetro de una esfera

						Promedio	Desviación estándar
d(mm)	51.1	52.1	53.2	52.4	53.2	52.4	0.87

a) Indique cuál es la incertidumbre de la medición
b) ¿Cuál es la incertidumbre o error de la medida?
c) ¿Cuál es el mejor valor del diámetro?
d) ¿Cuál es el error relativo del diámetro?
e) ¿Cuántas cifras debería tomar en el valor de π para calcular el área?
f) Determine el mejor valor del área, su error absoluto y su error relativo.

2. Indique si existe una discrepancia significativa o no entre los siguientes pares de resultados de la medición de una misma cantidad física (use el criterio dado en la explicación teórica)
a) $m_1 = 54{,}3 \pm 0{,}3g$ $m_2 = 54{,}8 \pm 0{,}1g$
b) $v_1 = 100 \pm 3m/s$ $v_2 = 105 \pm 3m/s$
c) $g_1 = 9{,}82 \pm 0{,}05m/s^2$ $g_2 = 10{,}00 \pm 0{,}05m/s^2$
d) $Q_1 = 77{,}0 \pm 0{,}3m^3/s$ $Q_2 = 78{,}0 \pm 0{,}5m^3/s$



4. Tiempo de Reacción

4.1 Objetivos

1. Medir el tiempo de reacción de una persona, a partir del conocimiento del tema de caída libre, además de comparar este con el determinado a partir del uso de un cronometro.
2. Utilizar la teoría para de la determinación de promedios, desviación estándar e incertidumbre.

4.2 Introducción

El tiempo de reacción de una persona lo podemos describir como el intervalo de tiempo que transcurre entre dos instantes: el primero cuando la persona percibe un estímulo y el segundo cuando reacciona a él. Por ejemplo, para el conductor de un auto, es el tiempo transcurrido entre el instante en el que observa un obstáculo y el momento en que presiona el freno o mueve el volante para esquivarlo. De manera similar, si un objeto comienza a caer, el tiempo de reacción corresponde al intervalo entre su detección y el movimiento de la mano para atraparlo. El tiempo de reacción de una persona generalmente se encuentra en el orden de decenas de centésimas de segundo. Para determinar el tiempo de reacción de una persona utilizar un cronómetro no es la opción más precisa y por esto vamos a emplear la caída libre de una regla como método indirecto para su determinación. Cuando un objeto cae desde el reposo una altura (h), el tiempo de caída está determinado por la ecuación 4.1, donde (g) es la aceleración de la gravedad.

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{4.1}$$

Al tratarse de una medición indirecta, el valor obtenido del tiempo depende de otras variables medidas, como la altura y la gravedad. Como se discutió la clase anterior, en estos casos la incertidumbre se propaga, lo que significa que los errores asociados a cada variable influyen en la incertidumbre total del resultado.

En este caso, para mejorar la precisión del tiempo de reacción, es crucial realizar múltiples repeticiones de las otras variables medidas, lo que ayuda a minimizar los errores aleatorios y obtener un valor más confiable. Además, al ser las variables independientes entre sí, la incertidumbre de la medición indirecta se estima mediante la ley de propagación de incertidumbres con la siguiente formula:

$$\Delta F = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)^2 (\Delta x_i)^2} \tag{4.2}$$

Donde Δx es la incertidumbre absoluta de la medición directa de la variable x:

$$\Delta x = \sqrt{(\delta_{instr} x)^2 + (\delta_{est} x)^2} \tag{4.3}$$

La expresión 4.2 permite analizar cómo influye cada variable en la incertidumbre de la medición indirecta. El término $\frac{\partial F}{\partial x_i}$ representa la derivada parcial de la función F con respecto a cada variable x, se denomina coeficiente de sensibilidad y nos indica qué tan susceptible es la función F al cambio de la variable x_i.

4.3 Equipo

- Reglas graduadas
- Hoja de papel
- Cinta adhesiva
- Cronómetro digital Smart Timer
- Fotocelda con varilla
- Pick Fence
- Prensa de mesa
- Varilla de 90 cm

4.4 Procedimiento

Determinación de la gravedad local

1. Monte el equipo según se muestra en la figura 3.1.
2. Coloque el cronómetro digital en la función ACCEL ONE-GATE.

Figura 4.1: Ilustración de acomodo de la mano y regla para el experimento.

3. Sujete la pick fence (bandera) 2cm por encima de la fotocompuesta y déjela caer, asegúrese que las bandas corten el haz de luz infrarroja. Cuide que la pick frence no golpee el piso.
4. Anote en la Tabla 0 sus resultados y repita la medición 9 veces más.
5. Calcule el promedio de la aceleración gravitacional con su respectiva incertidumbre.

Tabla 1: Gravedad local

g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	$g_{prom}\left(\frac{cm}{s}\right)$	$\Delta g\left(\frac{cm}{s}\right)$

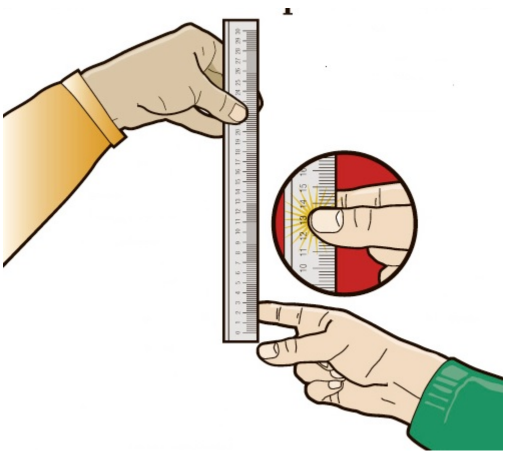


Figura 4.2: Ilustración de acomodo de la mano y regla para el experimento.

Tiempo de reacción

1. En parejas, se selecciona un múltiplo de 10 en la regla métrica como punto de posición inicial de la mano del participante a evaluar, desde la cual se van a iniciar todos los ensayos que se realizaran.
2. Uno de los estudiantes sostiene la regla cerca de los dedos de su compañero, como se muestra en la figura 4.2. Nota: recuerde que el múltiplo de 10 será el punto de inicio y este se coloca en medio de los dedos del compañero que será evaluado.
3. El estudiante que sostiene la regla la soltará y el otro tratará de atraparla lo más pronto posible usando solo los dedos índice y pulgar, sin modificar la posición de su mano, la cual tiene que estar de forma vertical (figura 4.2).
4. Se mide la distancia vertical h que descendió la regla, y se anota en la Tabla 2.
5. El procedimiento se repite 9 veces más, diez en total para cada estudiante.
6. El primer caso nos permitirá evaluar el tiempo de reacción a un estímulo visual. El experimento se debe repetir para cada estudiante para los sentidos del oido y del tacto. En el caso del sentido del oido, se procede de igual manera pero el estudiante que va a atrapar la regla debe tener los ojos cerrados y el que la suelta debe decir "YA.en el momento en que la deja caer. Para el sentido del tacto el estudiante que va a atrapar la regla nuevamente tendrá los ojos cerrados y el estudiante que suelta la regla tocará la mano libre del primer estudiante en el momento en que la deje caer.
7. Anote en la Tabla 2 el promedio y la incertidumbre absoluta de las alturas.

Tabla 2: Altura del experimento de tiempo de reacción de estudiantes en pareja

Sentido	**Sentido de la vista h (cm)**		**Sentido del oído h (cm)**		**Sentido del tacto h (cm)**	
Ensayos	Est. A	Est. B	Est. A	Est. B	Est. A	Est. B
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
Promedio						
Δh						

8. Con la altura y gravedad promedio, calcule con la ecuación 4.1 los tiempos de reacción para cada sentido de los estudiantes. Anote sus resultados en la Tabla 3.
9. Recuerde que la incertidumbre está dada por la siguiente ecuación:

$$\Delta t = \sqrt{\left(\frac{1}{2hg}\right)(\Delta h)^2 + \left(\frac{h}{2g^3}\right)(\Delta g)^2}, \tag{4.4}$$

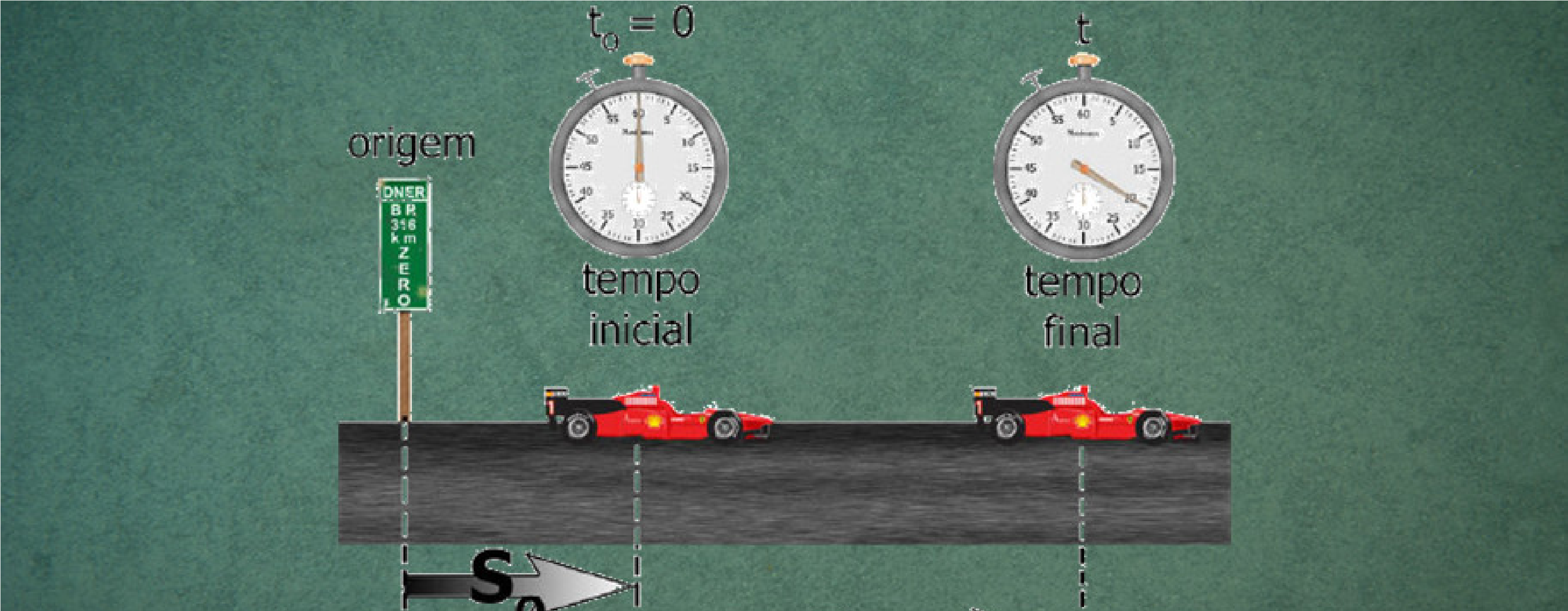
donde g y Δg son los valores de la gravedad y su respectiva incertidumbre que fueron calculados en la primera parte del experimento (Tabla 1).

Tabla 3: Tiempo de reacción

	Sentido de la vista (s)		**Sentido del oído (s)**		**Sentido del tacto (s)**	
	Est. A	Est. B	Est. A	Est. B	Est. A	Est. B
t						
Δt						

4.5 Cuestionario

1. ¿Qué factores influyen directamente en el tiempo de reacción?
2. ¿Qué importancia tiene en su carrera conocer el tiempo de reacción?
3. ¿Podría evitarse una colisión si el tiempo de reacción fuera menor? ¿Qué relación tiene el tiempo de reacción la la distancia a la que es prudente conducir entre automóviles?
4. En su caso, ¿con cuál sentido tiene un menor tiempo de reacción? ¿A qué cree que se deba este resultado?
5. ¿Demuestre la fórmula de la incertidumbre del tiempo de reacción (ec 4.4) ?



5. Movimiento Rectilíneo Uniforme

5.1 Objetivos

1. Calcular la rapidez (velocidad) media de un carrito que se mueve con movimiento rectilíneo uniforme.
2. Calcular la rapidez instantánea de un carrito que se mueve con movimiento rectilíneo uniforme.
3. Comparar los valores de la rapidez media e instantánea.

5.2 Introducción

Sobre un carril rectilíneo horizontal se mueve un carrito con movimiento uniforme, el carrito no experimenta aceleración y por lo tanto su velocidad no cambia con el tiempo, tiene la misma magnitud y la misma dirección durante todo su trayecto.

Se escoge el eje x a lo largo de la línea recta por donde se mueve el carrito. Si en el instante $t = 0\ s$ el carrito está en la posición x_1 y en el instante t en la posición x_2 el carrito habrá recorrido $d = x_2 - x_1$, en el intervalo de tiempo t.

La magnitud de la velocidad media en un movimiento rectilíneo (rapidez media) viene dada por el cociente del desplazamiento entre el tiempo transcurrido.

$$V_{med} = \frac{d}{t}. \tag{5.1}$$

La velocidad instantánea, por otra parte, es la velocidad en un instante o en un punto específico de la trayectoria. Para obtener dicha velocidad en un determinado punto se debe escoger un intervalo de tiempo muy pequeño, que tienda a cero. Entonces la velocidad instantánea se define como el límite de la velocidad media cuando $t \to 0$,

$$V_{ins} = \lim_{t \to 0} \frac{d}{t}. \tag{5.2}$$

Cuando se realiza una medición experimental de velocidad instantánea, el intervalo de tiempo medido debe ser tan pequeño comparado con el desarrollo temporal del movimiento que se pueda considerar que se está cumpliendo que $t \to 0$.

5.3 Equipo

- Un carril
- Un carrito
- Una bandera
- Dos fotocompuertas
- Cronómetro digital
- Martillo

5.4 Descripción del equipo

Debido a que el equipo empleado en este experimento se empleará en varios de los experimentos de este curso, daremos una breve descripción de sus componentes.

Carril

Es un riel horizontal, de 120cm de longitud, con una cinta métrica pegada a él. Sobre este riel se coloca un carrito, tanto éste como el carril están diseñados para tener una fricción despreciable entre ellos. El carril tiene unas ranuras en sus lados a las que se le pueden fijar fotocompuertas, goniómetros (medidores de ángulos), una base para inclinarlo, y un parachoques. También es posible fijar una polea a uno de los extremos del carril.

Carrito

Como decíamos está diseñado para tener una mínima fricción con el riel. Tiene ranuras para colocarle la bandera y agujeros para colocarle un pequeño cilindro, según sea la necesidad del experimento. Adicionalmente se le puede amarrar un hilo o un resorte a uno de sus extremos Algunos carritos tienen un sistema disparador el cual se activa al golpear el gatillo con un martillo.

Fotocompuerta

Las fotocompuertas tienen un haz infrarrojo que cuando se interrumpe envía una señal al cronómetro digital, por ello el carrito debe de tener algún dispositivo que corte dicho haz. Las fotocompuertas se deben conectar al cronómetro digital para que éste pueda registrar el tiempo correspondiente.

Bandera

La función de la bandera es cortar el haz infrarrojo de las fotocompuertas para que de esa manera el cronómetro digital se active y desactive.

La bandera es una lámina de acrílico transparente con varias rayas negras pintadas, cada una de estas rayas tiene un ancho de medio centímetro y están separadas medio centímetro entre ellas.

Si el haz corta a la bandera en la parte superior (Figura 5.1), entonces entre que se corta el haz una vez y se vuelve a cortar, habrá una distancia de 1cm, esta opción usualmente se utiliza con el cronómetro digital en las funciones “ONE GATE” o “TWO GATES”, es la posición en la que usaremos la bandera la mayoría de las veces.

Si el haz corta a la bandera en la parte central, entonces entre que se corta el haz una vez y se vuelve a cortar, habrá una distancia de 5cm.

Si el haz corta a la bandera en la parte inferior, entonces medirá varias distancias de 1cm, esta opción se conoce como “FENCE” (cerca o valla en español) en el cronómetro digital.

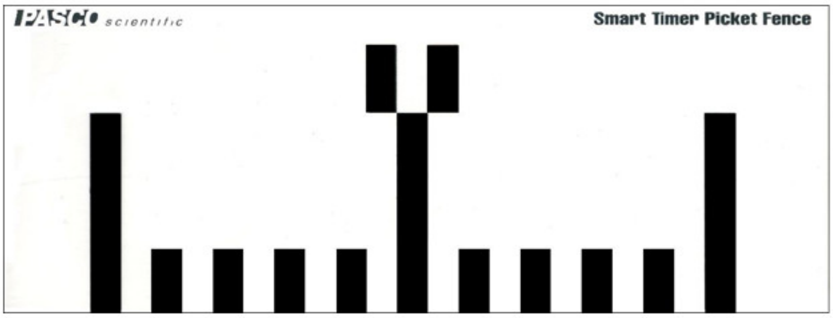


Figura 5.1: Bandera acrílica.

Para que el haz corte la bandera en la opción “FENCE” es necesario poner la bandera al revés de cómo se muestra en la figura 5.1. A la hora de colocar las fotocompuertas en todos los experimentos en donde se utilice la bandera, debe asegurarse de que el haz corte a la bandera a la altura que debe ser.

Cronómetro digital

Como su nombre lo dice, es un dispositivo digital para medir tiempo (figura 5.2). Para lo cual tiene varias opciones; las que usaremos en este curso se detallan a continuación:

- TIME-ONE GATE: mide el tiempo que transcurre mientras se recorre una distancia usualmente pequeña (se activa cuando se corta el haz de una fotocompuerta y se desactiva cuando se vuelve a cortar el haz de la misma fotocompuerta),
- TIME-TWO GATES: mide el tiempo que transcurre mientras se recorre una distancia entre dos fotocompuertas (se activa cuando se corta el haz en la primera fotocompuerta y se desactiva cuando se corta el haz en la segunda fotocompuerta),
- TIME-PENDULUM: mide el período de oscilación de un péndulo (se activa cuando se corta el haz, y se desactiva cuando se corta el haz por tercera vez),
- TIME-STOPWATCH: mide el tiempo que transcurre mientras algo está cortando el haz (se activa cuando algo comienza a cortar el haz y se desactiva cuando ese algo termina de cortar el haz).

El cronómetro digital también puede medir indirectamente velocidad (speed) y aceleración (aceleration). Lo que hace en estos casos es calcular dichas cantidades midiendo directamente diferentes tiempos y usando la fórmula preprogramada de acuerdo a cada caso. Detallaremos las opciones usadas en este curso:

- SPEED-ONE GATE: usa como distancia 1cm y mide el tiempo transcurrido mientras se corta el haz y se vuelve a cortar, por lo que cuando se usa esta opción, el haz debe cortar a la bandera en la parte superior.
- SPEED-COLLISION: se comporta de igual manera que en la opción ONE GATE, con la diferencia de que lo hace para dos fotocompuertas a la vez y dos veces para cada una. Es decir, en esta opción da como resultado la velocidad de dos carritos, antes y después de un choque. Nuevamente, el haz debe cortar a la bandera en la parte superior.
- ACELERATION-ONE GATE: mide la aceleración del carrito en un punto de la trayectoria. Para esta opción es necesario que la bandera corte al haz en la parte central.

$$a = \frac{V - V_0}{t} \tag{5.3}$$

donde la velocidad inicial (V_0) es la velocidad de la parte de la bandera que pasa primero, y la velocidad final (V) es la velocidad de la parte de la bandera que pasa después, y t es la

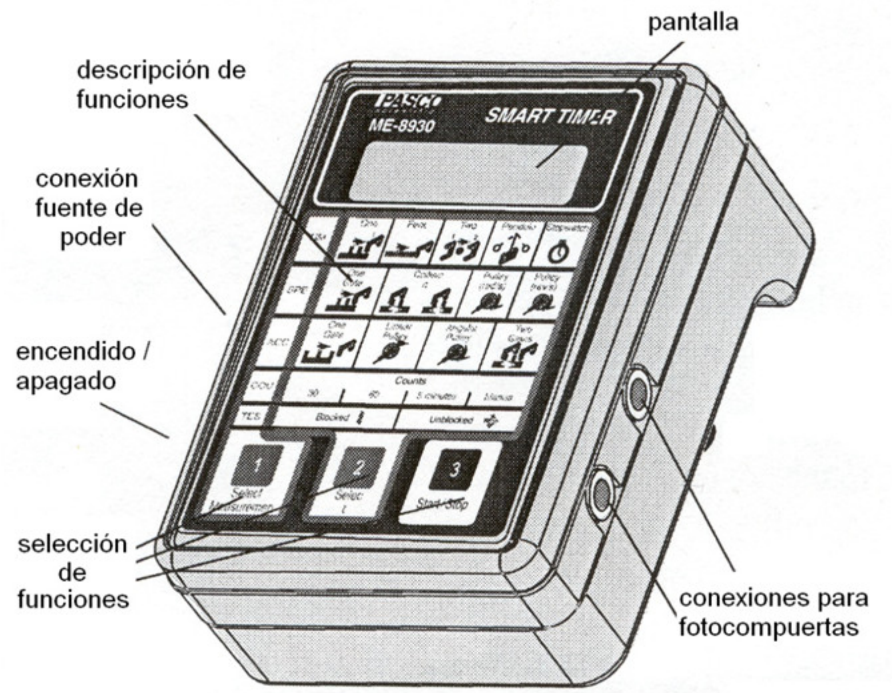


Figura 5.2: Cronómetro digital (Smart Timer).

mitad del intervalo de tiempo que transcurre entre que pasa la primera y la tercera raya. La velocidad 1 la obtiene dividiendo 5cm entre el tiempo transcurrido entre que la primera raya corta el haz y la segunda lo vuelve a cortar. La velocidad 2 la obtiene dividiendo 5cm entre el tiempo transcurrido entre que la segunda raya corta el haz y la tercera lo vuelve a cortar. Este método es el más recomendable para cuando la aceleración que se quiere medir no es constante, porque la diferencia entre las velocidades es pequeña, aunque la distancia que se usa para medir cada una de las velocidades no es la ideal.

- ACELERATION-TWO GATES: mide la aceleración promedio de un carrito. Para esta opción es necesario que la bandera corte al haz en su parte superior. Usa la misma fórmula que en el caso anterior, pero las velocidades en cada fotocompuerta (V_0 y V) las calcula usando el método empleado en SPEED-ONE GATE. Esta opción es más recomendable para los casos en que la aceleración es constante, porque ofrece mejores mediciones de las velocidades instantáneas.

  Una vez que se ha seleccionado la opción que se empleará en el cronómetro digital, se debe presionar el botón START/STOP hasta que aparezca un asterisco en la parte izquierda de la pantalla. Si no aparece dicho asterisco el cronómetro no registrará ninguna medida sin importar cuantas veces se corte el o los haces de las fotocompuertas.

5.5 Procedimiento

I parte. Velocidad media

1. Asegúrese el carril este bien nivelado antes de empezar las mediciones del experimento, pues no se desea tener ninguna aceleración debido a la inclinación del carril con la superficie de la mesa. Esta prueba consiste en colocar el carrito en diferentes posiciones del carril y no presenciar ningún movimiento.
2. Vamos a medir el tiempo que tarda el carrito en moverse de una posición a otra con el

cronómetro digital y las 2 fotocompuertas colocadas en lo que llamaremos la posición inicial y la posición final del carrito. Para medir estas posiciones se utiliza la cinta métrica que está incorporada al carril.

3. Ajuste la altura de las fotocompuertas para la marca de la bandera que corta el haz de la fotocelda, siempre que lo haga a la misma altura para las dos fotocompuertas.
4. Conecte la primera fotocompuerta (es decir, la fotocompuerta por la cual pasa primero el carrito) al puerto 1 y la segunda al puerto 2 del cronómetro digital, éste se debe poner en la función TIME-TWO GATES. Recuerde las posiciones de las fotocompuertas representan la posición inicial y la posición final del carrito
5. Coloque las fotocompuertas separadas unos 80cm, la primera de ellas a aproximadamente 20cm del extremo del carril desde el cual se inicia el movimiento del carrito. Este se impulsa desde la barrera que se coloca en dicho extremo utilizando el resorte incorporado comprimido en su posición máxima. El resorte permite repetir el movimiento bajo las mismas condiciones una y otra vez.
6. Mida la posición de cada fotocompuerta para determinar la distancia que recorrerá el carrito (d).
7. Active el disparador del carrito y mida el tiempo que tarda en recorrer dicha distancia (t). Esta medición se debe repetir cinco veces para obtener un tiempo promedio y su incertidumbre absoluta. Anote sus resultados en la Tabla 1.
8. Coloque la segunda fotocompuerta 10 cm más cerca de la primera, determine la nueva distancia (d) y mida nuevamente 5 veces el tiempo que dura el carrito en recorrer dicha distancia. Este paso se repite hasta llenar toda la Tabla 1.

Tabla 1: Mediciones para calcular la velocidad media

d	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_{prom}	Δt

II parte. Velocidad instantánea

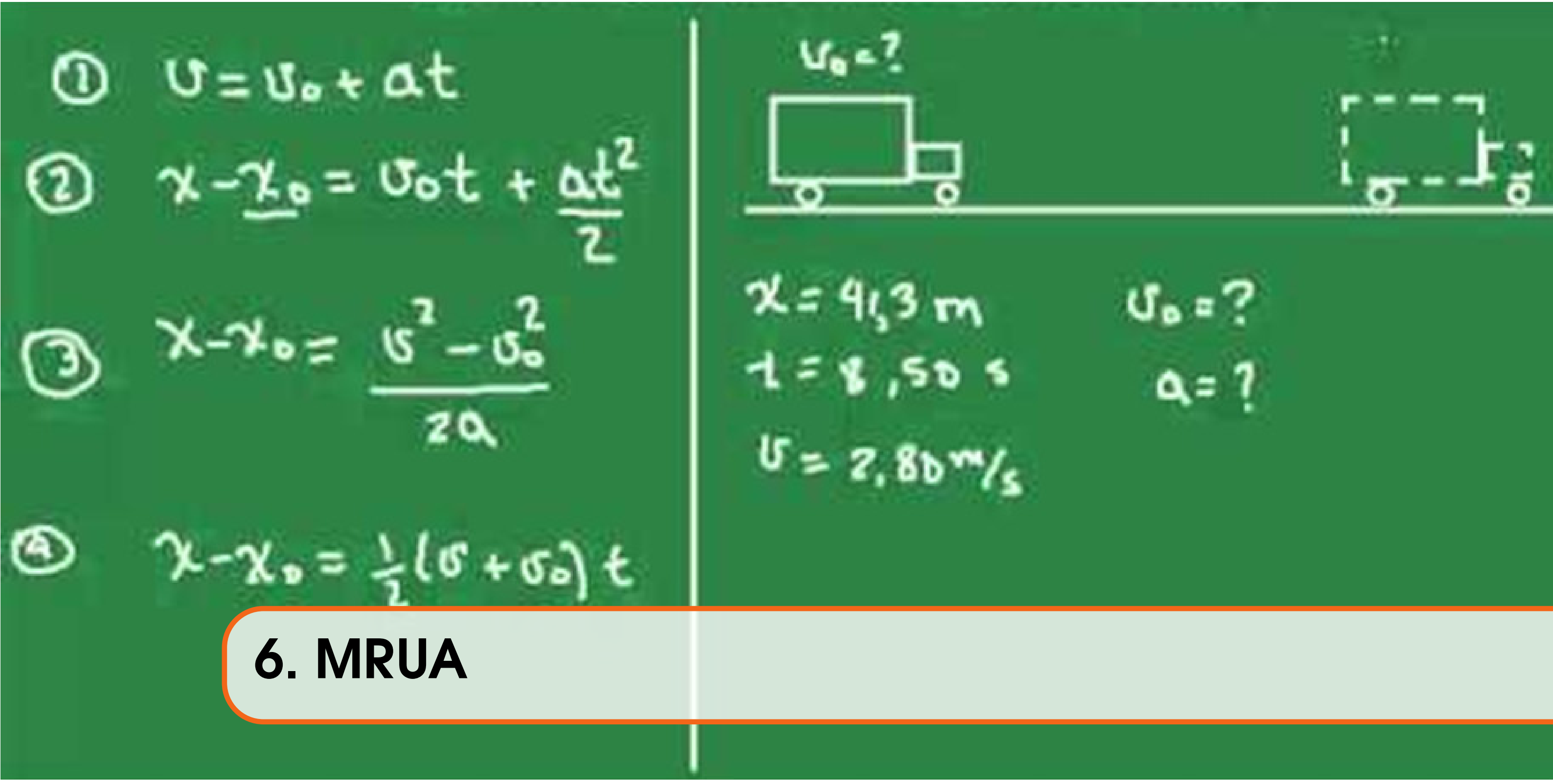
1. Utilice únicamente la fotocompuerta colocada en la posición final del carrito conectado al puerto 1.
2. Conecte el cronómetro digital y seleccione la función SPEED-ONE GATE, con el fin obtener la velocidad instantánea en la parte final del recorrido.
3. Ajuste la altura de la fotocompuerta 2 de tal modo que la marca que corta el haz sea la de las dos barras separadas por 1 cm en la parte superior de la bandera.
4. Suelte el carrito desde la misma posición de la que lo hizo en la parte I y coloque la segunda fotocompuerta en las mismas posiciones finales (x_2) que en la parte I.
5. Para cada una de las posiciones de la fotocompuerta mida la velocidad 5 veces y anote sus mediciones en la Tabla 2. Determine la velocidad promedio y la incertidumbre absoluta.

Tabla 2: Mediciones para calcular la velocidad instantánea

x_2	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_{prom}	Δv_{prom}

5.6 Análisis de Resultados

1. Haga un gráfico con los datos de la Tabla 1. Coloque las distancias en el eje y y los tiempos promedios en el eje x.
2. Realice un ajuste lineal para obtener el valor de la velocidad media a partir del gráfico. Explique el significado físico de la pendiente de la recta. ¿Cuál debería ser el valor de la intercepción con el eje y?
3. Dentro de los límites de error experimental, ¿se puede afirmar que el movimiento registrado es rectilíneo uniforme? Explique su respuesta.
4. ¿Coinciden los valores de la velocidad instantánea de la Tabla 2, con el valor de la velocidad media calculada en el punto 2? Explique.
5. Haga un gráfico con los datos de la Tabla 2. Coloque las posiciones x_2 en el eje x y las velocidades instantáneas promedio en el eje y. ¿Las velocidades instantáneas son siempre la misma (dentro de los límites de su incertidumbre) o se ve algún tipo de tendencia (descendiente o ascendiente)? Explique.
6. ¿Por qué se utilizó el cronómetro digital en lugar de un cronómetro analógico convencional? ¿En qué habría cambiado el resultado experimental si se hubiera utilizado un cronómetro accionado manualmente?
7. Enumere las posibles fuentes de error en este experimento.



6. MRUA

6.1 Objetivos

1. Determinar la magnitud de la velocidad instantánea de un carrito que se mueve con Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA).
2. Estudiar el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado y sus características.

6.2 Introducción

Cuando un objeto que se mueve en una trayectoria lineal sufre un cambio en su velocidad debido a una fuerza externa constante, se inicia lo que se conoce como Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado. En este se presenta una aceleración constante que le permite al objeto avanzar cada vez con mayor velocidad o lo opuesto, ir frenando.
Al igual que la velocidad, existe la aceleración media e instantánea. Esta primera es el cambio que la velocidad tiene en relación con su posición inicial y final, respecto al cambio del tiempo:

$$a_{med} = \frac{v - v_0}{t - t_0}. \tag{6.1}$$

La aceleración instantánea, es la que se logra determinar en un preciso momento de la trayectoria, donde el cambio de tiempo tiende a cero. Utilizando el concepto matemático de límite se puede determinar esta aceleración,

$$a = \lim_{t \to 0} \frac{v}{t}. \tag{6.2}$$

En este experimento se calcula la aceleración de un carrito apartir de la gráfica de su velocidad.

6.3 Equipo

- Un carril
- Base para inclinar el carril
- Un carrito

- Una bandera
- Dos fotocompuertas
- Cronómetro digital

6.4 Procedimiento

Configuración inicial

Se coloca el carril en posición inclinada con un ángulo menor de 5° para obtener una aceleración diferente de cero en el movimiento del carrito. No escoja un ángulo superior al indicado, pues existe una posibilidad que el carro se descarrile.

Velocidad media

El procedimiento es el mismo que el del laboratorio de “Movimiento Rectilíneo Uniforme”, con la única diferencia de que el carril se encuentra inclinado (Figura 1).

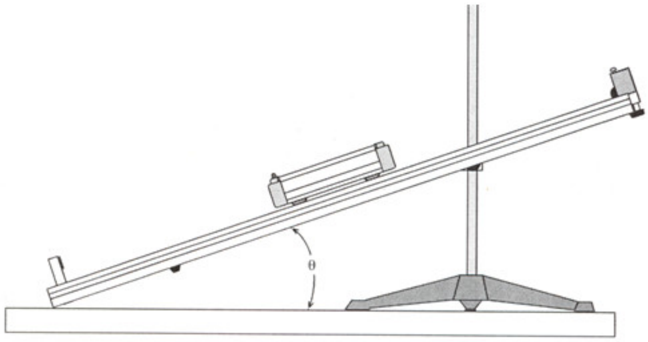


Figura 6.1: Carril inclinado.

1. Coloque la primera fotocelda lo más cerca de donde inicia el movimiento del carrito para que éste parta del reposo. Coloque la segunda fotocompuerta a unos 10cm de la primera. La distancia que separa las fotocompuestas es la misma recorrida por el carrito y se denota con la letra *D*.
2. El cronómetro digital debe ponerse en la función TIMETWO GATES.
3. Conecte la primera fotocompuerta al canal 1 y la segunda al canal 2. Asegúrese de que el haz de las dos fotocompuertas corta a la bandera a la misma altura.
4. Repita la medición de tiempo cinco veces y se anote todos los resultados en la Tabla 1.

Tabla 1: Movimiento rectilineo uniformemente acelerado

D	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_{prom}	Δt_{prom}	v_{med}	Δv_{med}

5. Aleje la segunda fotocompuerta unos 10 cm más y repita los pasos anteriores. Siga alejando la segunda fotocompuerta de 10 en 10 cm hasta tener 7 distancias D distintas.
6. Realice los cálculos correspondientes para llenar la tabla 1.

Velocidad instantánea

1. Utilice únicamente la fotocompuerta colocada en la posición final del carrito (conéctela al puerto 1).
2. Coloque el cronómetro digital en la función SPEED-ONE GATE, con el fin obtener la velocidad instantánea en la parte final del recorrido. El ojo de la fotocelda debe estar a la altura de las dos líneas negras arriba de la bandera, como muestra la figura 6.2.

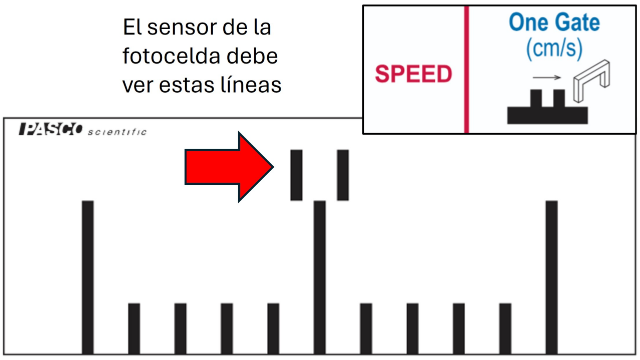


Figura 6.2: Posición del sensor de la fotocelda

3. Suelte el carrito desde la misma posición de la que lo hizo en la primera parte y coloque la segunda fotocompuerta también en las mismas posiciones finales.
4. Para las mismas distancias D de la primera parte, mida 5 veces la velocidad instantánea y anótelas en la Tabla 2.
5. Calcule el promedio de las velocidades instantáneas y su respectiva incertidumbre. Anote sus resultados en la Tabla 2.

Tabla 2: Movimiento rectilineo uniformente acelerado

D	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_{med}	Δv_{med}

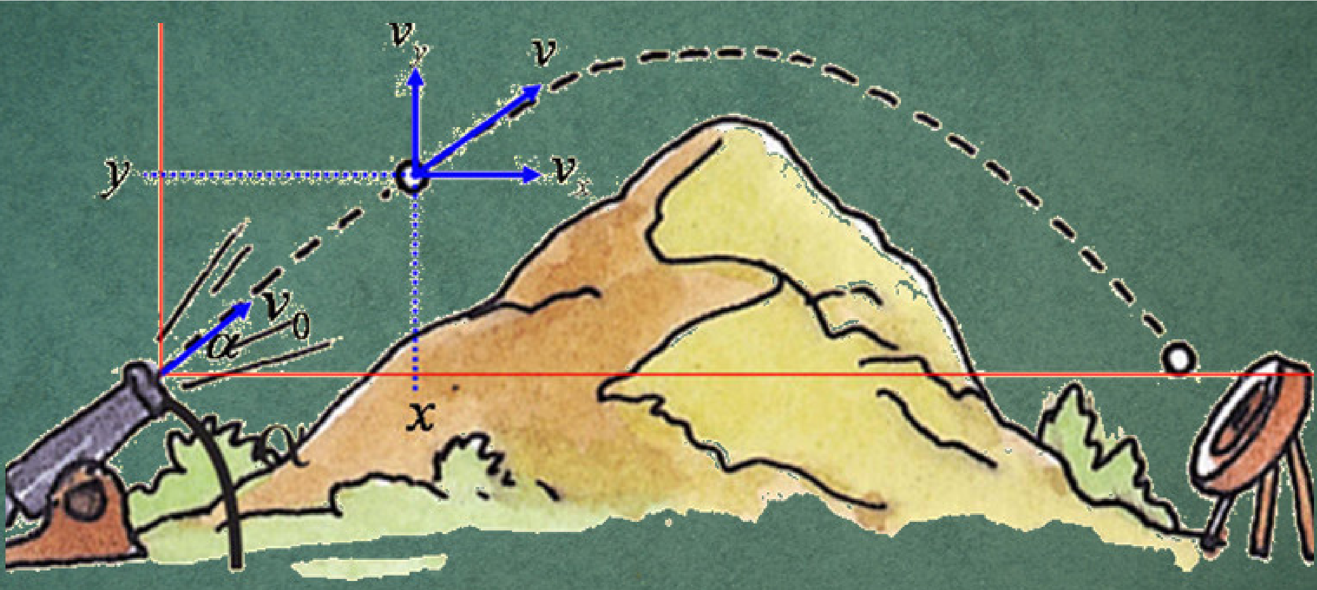
(Sugerencia: Puede realizar las dos partes de este experimento al mismo tiempo, y de esa manera se asegura que las posiciones de la segunda fotocompuerta son realmente las mismas. Lo que tiene que hacer es realizar la medición como se indica en la parte I, luego desconectar la fotocompuerta 1, conectar la fotocompuerta 2 en el puerto 1, cambiar la función del cronómetro digital y realizar la medición de la parte II. Luego, cambiar la distancia entre fotocompuertas (D), volver a conectar la fotocompuerta 1 en el puerto 1 y la fotocompuerta 2 en el 2, y realizar la medición como en la parte I.)

6.5 Análisis de Resultados

Velocidad media e instantánea

1. Empleando los datos de la Tabla 1, realice un gráfico de la velocidad media contra el tiempo promedio. Haga un ajuste de curva justificando el tipo de función utilizada. Para ello revise la teoría de cinemática e indique el significado físico de los parámetros del ajuste.

2. Con los datos de la Tabla 1 realice un gráfico de la distancia recorrida en función del tiempo promedio al cuadrado. Realice un ajuste e indique el significado físico de los parámetros de este.
3. Realice un gráfico de la velocidad instantánea (Tabla 2) contra tiempo promedio (Tabla 1). Realice un ajuste e indique nuevamente el significado físico de los parámetros del ajuste.
4. Analice el movimiento y determine si en todo momento la magnitud de la aceleración instantánea es la misma que la magnitud de la aceleración media. Explique su respuesta.
5. ¿Existe algún punto de la trayectoria en el que el carrito tenga una velocidad instantánea de igual magnitud que la velocidad media? Si es así indique cuál es.
6. Con los datos de la Tabla 2 realice un gráfico de la velocidad instantánea promedio en función de la distancia. Realice un ajuste de los datos y fundamente la elección de la función utilizada.
7. Con los datos de la Tabla 2 realice un gráfico de velocidad instantánea promedio al cuadrado en función de la distancia. Realice un ajuste de curva y explique el significado físico de los parámetros del ajuste.
8. ¿Dentro de los límites de error experimental se puede afirmar que el movimiento registrado es rectilíneo uniformemente acelerado?
9. Enumere las posibles fuentes de error en cada experimento.



7. Proyectiles

7.1 Objetivos

1. Determinar la velocidad de salida de un proyectil.
2. Calcular el alcance máximo de un proyectil.
3. Calcular la incertidumbre de la velocidad y el alcance.

7.2 Introducción

La aceleración que actúa sobre un proyectil es la aceleración de la gravedad g, la cual actúa de manera vertical sobre el objeto; por lo que su movimiento en este eje es un movimiento uniformemente acelerado. Además el proyectil no experimenta ninguna aceleración en la dirección horizontal, por lo que su movimiento en dicha dirección es un movimiento uniforme.

Si se lanza una bola desde cierta altura h, podemos relacionar ésta con el tiempo de viaje de la bola por medio de:

$$h = h_0 + v_0 t_v - \frac{1}{2} g t_v^2 \tag{7.1}$$

donde g es la aceleración de la gravedad y t_v es el tiempo de vuelo de la bola.

Si se considera que a nivel del suelo $h = 0$, y la altura inicial del lanzamiento h_0 es la altura de la mesa. Además la bola inicialmente al salir del borde de la mesa sólo tiene velocidad horizontal. La ecuación anterior se puede escribir como:

$$0 = h_0 - \frac{1}{2} g t_v^2 \tag{7.2}$$

De la ultima ecuación se deduce que el tiempo de vuelo se puede calcular como:

$$t_v = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \tag{7.3}$$

El alcance máximo, se refiere a la distancia máxima horizontal alcanzada por el proyectil, este se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$X_m = V_0 \quad t_v \tag{7.4}$$

En este experimento se medirá directamente el tiempo de vuelo para obtener la velocidad de salida del proyectil. También se medirá el alcance máximo para diferentes velocidades de lanzamiento.

7.3 Equipo

- Algunos libros
- Balín metálico pesado
- Pies para sostener fotoceldas
- Placa sensora
- Dos fotocompuertas
- Cronómetro digital (Smart Timer)
- Plomada
- Cinta adhesiva
- Rampa
- Regla de 1 m y regla de 30 cm
- Varias hojas de papel

7.4 Procedimiento

1. Coloque la rampa sobre los libros de tal manera que la bola ruede hacia abajo y luego pueda recorrer una distancia horizontal sobre la mesa antes de llegar al borde (Ver Figura 7.1). Para evitar que la rampa se mueva use cinta adhesiva para fijarla.
2. Coloque las fotoceldas a lo largo de la trayectoria horizontal del balín. Ellas deben estar separadas por una distancia de $\Delta s = 10 \quad cm$. Mida esa distancia de la manera más precisa posible. Para evitar que las fotoceldas se muevan, puede usar cinta adhesiva para asegurarlas. Anote los datos en la Tabla 1.

Tabla 1. Información previa.

Variables	Medición	Incertidumbre
Distancia entre fotoceldas: $\Delta s(m)$		$\delta s(m)$
Altura de la mesa (m)		
Tiempo de vuelo calculado (s)		

3. El tiempo entre las fotoceldas se mide con el cronómetro digital que se activa cuando el balín pasa por la primera fotocompuerta y se detiene cuando este atraviesa la segunda. Ambas se conectan al cronómetro digital SMART TIMER, la primera fotocompuerta en el puerto 1 y la segunda en el puerto 2. El cronómetro debe estar en la opción TIME-TWO GATES, ver Figura 7.2.
4. Asegúrese de que el balín sea lanzado siempre desde la misma posición en la rampa, haga una marca con cinta adhesiva en ese punto.
5. Con cinta adhesiva pegue el cordel de la plomada a la mesa. Asegurese de que la plomada llegue hasta el piso marcando el origen de la coordenada X para la medición del alcance máximo horizontal. El alcance máximo es la distancia horizontal desde la plomada hasta la marca que ha dejado la balín sobre el papel. Con cinta adhesiva pegue papel en el piso donde probablemente caerá el balín.

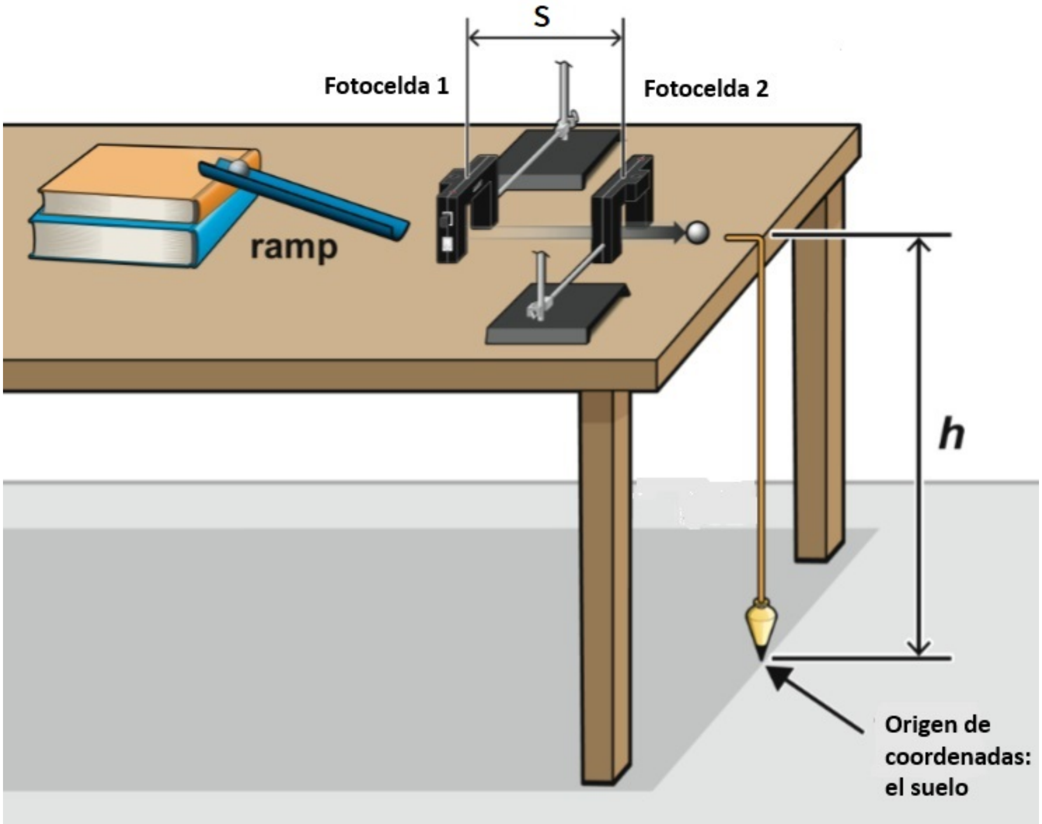


Figura 7.1: Configuración del equipo.

6. Active el cronómetro SMART TIMER y libere la bola en la rampa. Anote el tiempo entre las fotoceldas y su correspondiente alcance horizontal en las Tablas 2 y 3 respectivamente. Repita 5 veces más las mismas mediciones.
7. Mida el la incertidumbre del tiempo entre las fotoceldas con la ecuación 7.6, anotelo en la Tabla 2. Donde $\delta_{instr}t$ es la incertidumbre del SMART TIMER y $\delta_{est}t$ es la incertidumbre estadística del tiempo.

$$\Delta t = \sqrt{(\delta_{instr}t)^2 + (\delta_{est}t)^2} \tag{7.5}$$

8. Mida el la incertidumbre del alcance horizontal con la ecuación 7.6, anótelo en la Tabla 2.

$$\Delta X = \sqrt{(\delta_{instr}X)^2 + (\delta_{est}X)^2} \tag{7.6}$$

Tabla 2.Tiempo de recorrido de las fotoceldas.

Lanzamiento	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$t_4(s)$	$t_5(s)$	$t_{prom}(s)$	$\delta_{est}t(s)$
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							

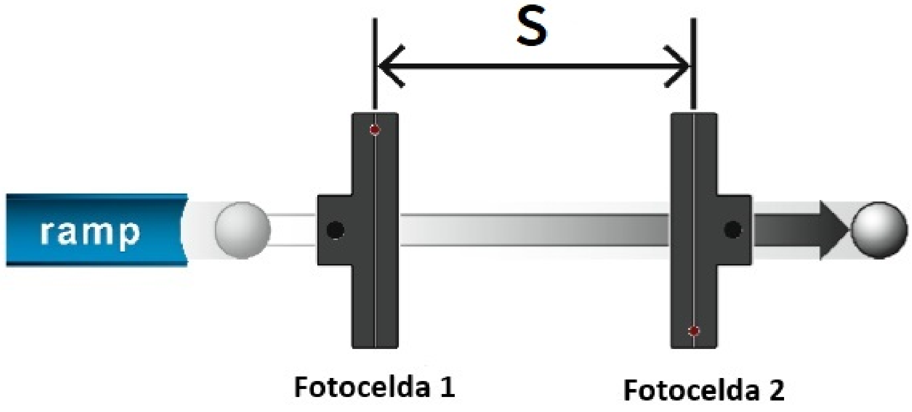


Figura 7.2: Colocando las fotocompuertas.

Tabla 3. Alcance máximo.

Lanzamiento	$X_1(s)$	$X_2(s)$	$X_3(s)$	$X_4(s)$	$X_5(s)$	$X_{prom}(s)$	$\delta_{est}X(s)$
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							

7.5 Análisis de Resultados

1. Calcule mediante la ecuación siguiente la velocidad de salida para cada una. Utilizando los datos de la distancia entre las fotoceldas S y el tiempo promedio. Calcule también su incertidumbre. Anote los resultados en la Tabla 4.

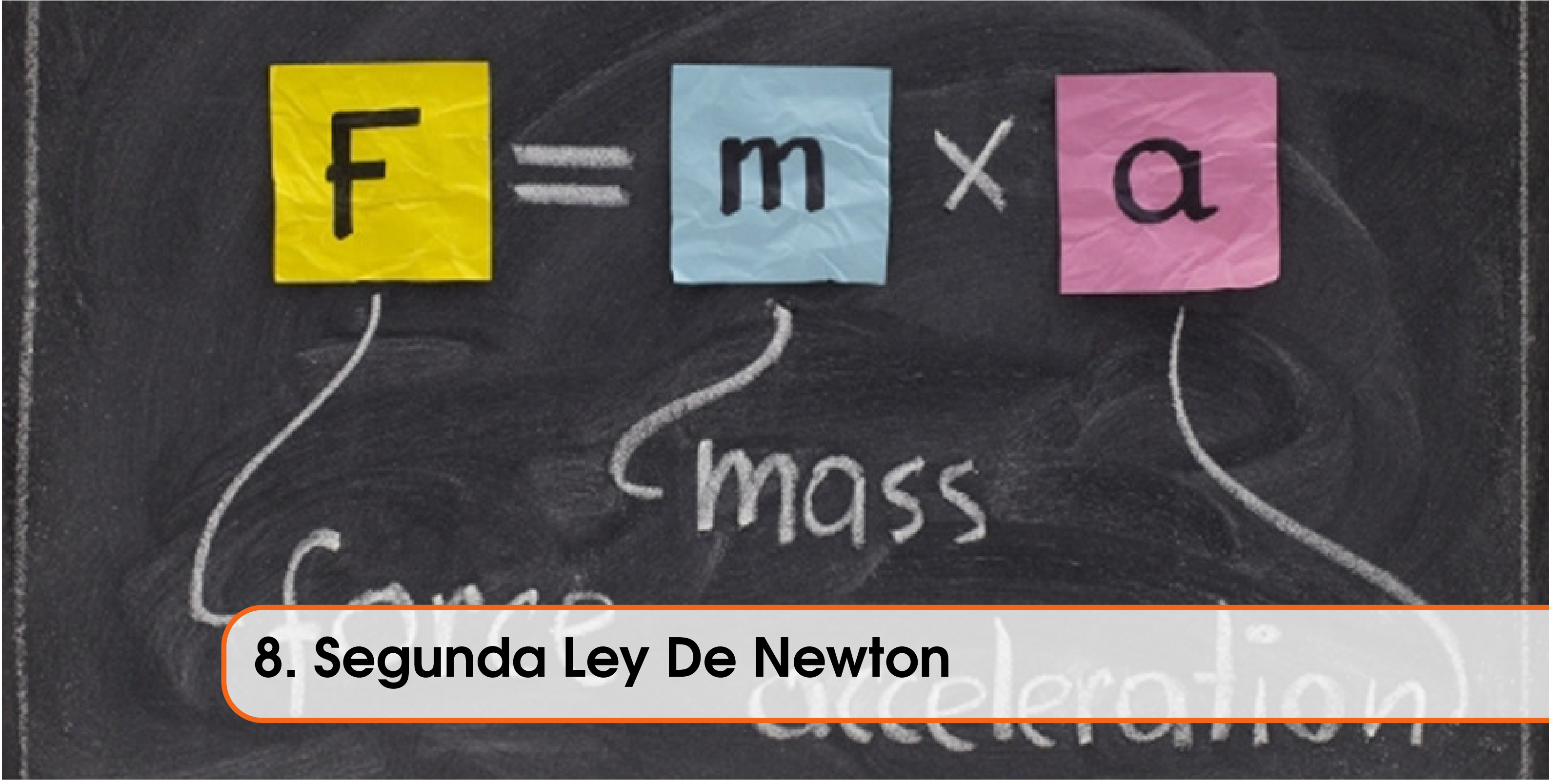
$$V_0 = \frac{S}{t_v} \tag{7.7}$$

$$\Delta V_0 = \frac{\delta S}{t_v} + \frac{S}{t_v^2} \quad \Delta t_v \tag{7.8}$$

Tabla 4. Velocidad de salida del proyectil.

Lanzamiento	$X_{prom}(m)$	V_0(m/s)	ΔV_0(m/s)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

2. Grafique el alcance máximo X_{prom} en función de la velocidad de lanzamiento: V_0, con los datos de las Tablas 2 y 3.
3. ¿Qué tipo de gráfica se obtiene? Calcule a partir de los parámetros del ajuste el tiempo de vuelo del proyectil.
4. ¿De qué depende la velocidad horizontal del balín?
5. ¿Existe alguna diferencia en el tiempo de vuelo cuando la bola se suelta a diferentes alturas sobre la rampa? Explique.
6. ¿Cómo cambiaría los valores del tiempo de vuelo si se considera la resistencia del aire?
7. ¿A qué se deben las diferencias en los tiempos de caída del balín cuando se lanzan de diferentes alturas?
8. ¿Variaría el tiempo de vuelo, si varia la masa?
9. ¿Cambia el tiempo de caída si en vez de que el balín hace un recorrido horizontal antes de caer o si se suelta directamente del borde de la mesa?
10. Enumere las posibles fuentes de error en este experimento.



8. Segunda Ley De Newton

8.1 Objetivos

1. Comprobar experimentalmente la segunda Ley de Newton.
2. Determinar si la fuerza de fricción es despreciable.

8.2 Introducción

La segunda Ley de Newton dice que la magnitud de la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo tiene el mismo valor que el producto de su masa por la aceleración que experimenta.

En este experimento tenemos un sistema de dos cuerpos (figura 11.3), formado por un carrito (m_1) que se mueve sobre el carril, unido a una masa colgante (m_2) por medio de una cuerda que pasa por una polea. La masa del sistema es la suma de las masas de los dos cuerpos mencionados, ($m_1 + m_2$) y la fuerza neta se determina sumando vectorialmente todas la fuerzas externas que participan sobre ambos cuerpos.

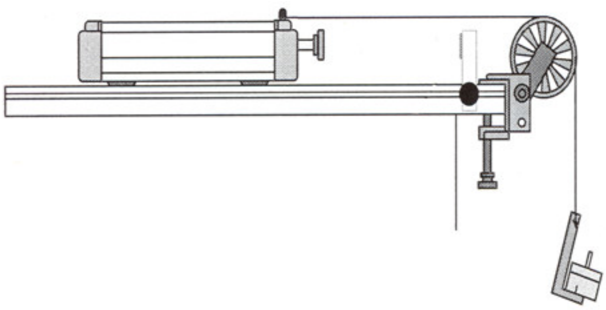


Figura 8.1: Sistema de dos cuerpos.

Como el sistema en estudio está compuesto por dos cuerpos se realizó un diagrama de cuerpo libre para cada uno, figura 11.2. La masa m_1 tiene un movimiento horizontal y la masa m_2 tiene un movimiento vertical.

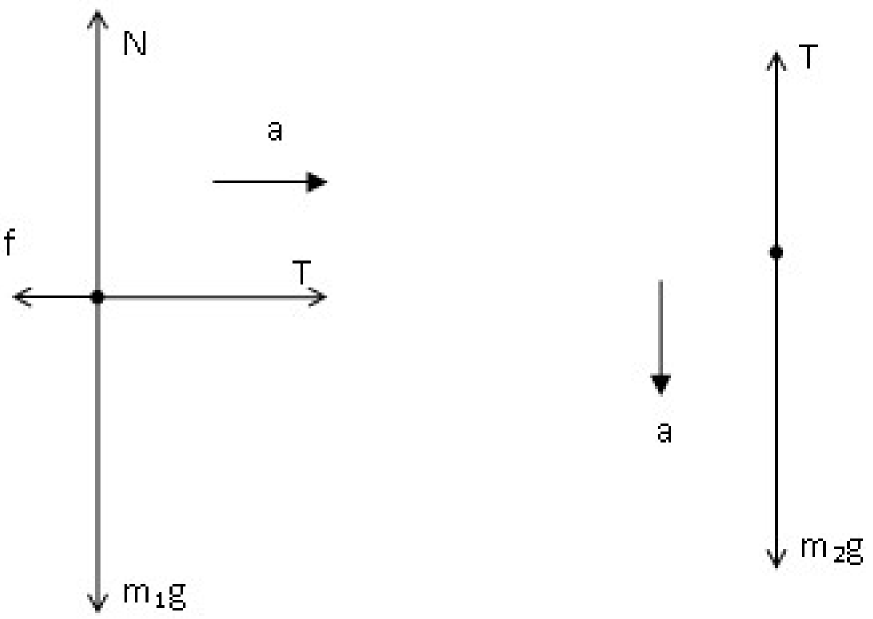


Figura 8.2: Diagramas de cuerpo libre para el carrito (izquierda) y la masa colgante (derecha).

Sobre el carrito (m_1) hay cuatro fuerzas actuando; dos de ellas de igual magnitud y opuestas: la fuerza normal y el peso del carrito. Las otras dos son opuestas pero de diferente magnitud: la tensión de la cuerda hala al carrito del reposo, por lo que es mayor que la fricción.

Sobre la masa colgante m_2 hay dos fuerzas que actúan: su propio peso y la tensión en la cuerda. Para que la masa m_1 se mueva hacia abajo cuando se suelta el carrito, la tensión tiene que ser menor que el peso de la masa colgante.

Si hacemos la suma de fuerzas para cada cuerpo, se logra:

$$\sum F_{y1} = N - m_1 g = 0 \tag{8.1}$$

$$\sum F_{x1} = T - f = m_1 a \tag{8.2}$$

$$\sum F_{y2} = T - m_2 g = -m_2 a \tag{8.3}$$

como se considera que la masa de la polea es despreciable y que la cuerda no se puede estirar ni encoger, entonces las tensiones que actúan sobre ambos cuerpos son iguales.

La polea y la cuerda son otros dos cuerpos presentes en el sistema pero que no se han mencionado hasta el momento. Ello se debe a que tanto la masa de la cuerda como la de la polea son muy pequeñas comparadas con m_1 y m_2, y por lo tanto se pueden despreciar; además se está utilizando una polea que tiene muy poca fricción sobre su eje de rotación. Esta situación hace que la tensión de la cuerda tenga el mismo valor a lo largo de toda la cuerda, siempre halando hacia un extremo. Eliminando la tensión en las últimas ecuaciones obtenemos

$$m_2 g = (m_1 + m_2)a + f \tag{8.4}$$

$$(m_1 + m_2)a = m_2 g - f \tag{8.5}$$

Entonces, si consideramos los dos cuerpos como un sistema, la fuerza externa neta sobre éste resulta ser el peso de la masa colgante y la fuerza de fricción entre el carrito y la superficie, y es fácil observar el cumplimiento de la segunda ley de Newton. De la ecuación obtendremos el valor teórico de la aceleración del sistema.

8.3 Equipo

- Un carril
- Un carrito
- Una bandera
- Una polea
- Dos fotocompuertas
- Cronómetro digital
- Hilo
- Porta-masas
- Masa de diferentes valores

8.4 Procedimiento

1. Monte el equipo como lo muestra la figura 11.3. Para evitar que el portamasas golpe el piso es recomendable colocar una esponja o bloque de estereofón en el piso directamente debajo del portamasas.
2. La nivelación del carril es de suma importancia para obtener buenos resultados en las mediciones que se realizarán, porque queremos que no exista una fuerza neta vertical sobre el carrito, sino que la fuerza neta sobre él sea la tensión de la cuerda.
3. Se debe colocar una polea en un extremo del carril y pasar una cuerda donde se cuelga la masa m_2 y en el otro extremo se ata el carrito. La longitud de la cuerda no debe ser muy larga para que cuando el carrito llegue al final de su recorrido la masa colgante no golpee el suelo. Adicionalmente, debe acomodar la polea para que la cuerda que va al carrito quede horizontal.
4. Coloque 2 fotocompuertas separada 60 cm y ajuste la altura ambas fotocompuerta para que corte el haz de luz infrarroja en las 2 marcas de la bandera
5. Mida la masa del carrito con la balanza. Coloque 25g adicionales sobre el carrito y distribuya adecuadamente esta masa sobre el carrito. Además acomode 10g sobre portamasas. Recuerde que el portamasas también tiene peso. Anótelo.
6. Ajuste el smart time en la función ACELERATION –TWO GATE y suelte el carrito para medir la aceleración entre fotocompuertas. Asegúrese la masa colgante no haya tocado el suelo antes de realizar la medición entre fotocompuertas.
7. Mida 5 veces el valor de la aceleración. Escríbala en la tabla 1. Además calcule su incertidumbre.
8. Recuerde la masa del sistema permanece constante. Ahora proceda a trasladar masas del carrito al portamasas (de 5 en 5 gramos). De esta forma se cambia la aceleración del sistema.

*Nota: Al utilizar la Funciòn ACELERATION-TWO GATES. Es importante asegurarse de que la altura a la cual el haz corte la bandera sea en las marcas superiores que se encuantran separadas 1cm aproximadamente.

Tabla 1: Segunda ley de Newton

m_2(kg)	$a_1\left(\frac{m}{s^2}\right)$	$a_2\left(\frac{m}{s^2}\right)$	$a_3\left(\frac{m}{s^2}\right)$	$a_4\left(\frac{m}{s^2}\right)$	$a_5\left(\frac{m}{s^2}\right)$	$a_{prom}\left(\frac{m}{s^2}\right)$	$\delta a_{prom}\left(\frac{m}{s^2}\right)$

8.5 Análisis de Resultados

1. Realice la gráfica de aceleración en función de la masa colgante con los datos de la tabla 1. Realice un ajuste y explique el significado físico de las cantidades obtenidas en el ajuste.
2. Obtenga el valor del cociente de la aceleración de la gravedad y la masa total. Compare con los datos del ajuste.
3. ¿Es despreciable la fuerza de fricción en este experimento? Explique su respuesta con la gráfica.
4. ¿Se comprobó, dentro de los límites de error experimental, que la fuerza neta es igual al producto de la masa del sistema por su aceleración?
5. ¿Por qué en la relación (Fuerza neta = masa x aceleración) la masa que se usa no es la del carrito?
6. Enumere las posibles fuentes de error en este experimento.

9. Conociendo al dron Codrone Edu

Elaborado por Carlos Redondo Chavarría

9.1 Objetivos

- Conocer el funcionamiento y control del dron.
- Familiarizarse con el lenguaje de programación Blockly.
- Familiarizarse con el lenguaje de programación Python.

9.2 Introducción

CoDrone EDU es un dron programable diseñado para aprender a programar en Python o empezar desde lo básico con programación por bloques. Este cuenta con un acelerómetro, barómetro, y giroscopio. Además de poseer sensores delanteros, de flujo óptico, inferiores, y traseros. El sensor de color delanteros y traseros miden la cantidad de luz roja, verde, y azul reflejada por la superficie inferior, sin embargo, este se desactiva en al volar el dron. El sensor de alcance inferior utiliza luz infrarroja para calcular su distancia al objeto más cercano en un radio de 1,50 m; y el sensor de flujo óptico ayuda al dron a estimar su posición con respecto al punto de despegue, de manera similar a sensor en la parte inferior de los "mouse" de computadoras.

Conociendo con el dron

Desde la vista superior se observa el botón de acción, que es un botón al que se le pueden programar para empezar acciones específicas. El sensor frontal, que ya se explicó anteriormente. Y la luz LED, que nos indicará los diferentes estados del dron, además de ser programable según se requiera.

Desde la vista inferior se observa el botón de emparejamiento este permitirá emparejar el dron al control de este. Además, observaremos 4 sensores, de color rojo, alcance trasero y de flujo óptico, que ya se explicaron anteriormente. Así mismo, se encuentra en la zona izquierda la entrada micro USB del dron, que permite conectarlo a una computadora para actualizar el "firmware". Finalmente

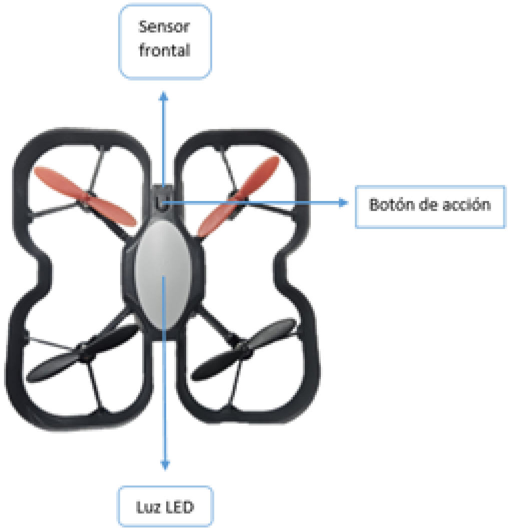


Figura 9.1: Partes de importancia del dron desde la vista superior.

se encuentra el puerto para ingresar la batería del dron, note que el dron no es cargable, lo que se carga es la batería.

Figura 9.2: Partes de importancia del dron desde la vista inferior.

Conociendo el control

Desde la vista superior se observa la antena que le da instrucciones al dron, para mayor conectividad apunte la antena al dron durante el vuelo. La pantalla LCD mostrará información y ajustes del dron, además de ser programables.
El puerto Micro USB permite conectar el control a una computadora, esencial para programar el dron, y actualizar el "firmware" del control. El botón de encendido y apagado al mantenerlo presionado por 3 segundos, enciende o apaga el dron, al presionarlo mientras que el control esta conectado a una computadora mediante el Micro USB, cambia entre control remoto y estado de conexión (estado programable).
El botón H al mantenerlo presionado, hace que el dron "vuelva a casa" (punto de despegue) durante el vuelo, al presionarlo una vez enciende o apaga la pantalla LED.
El botón P permite emparejar el control con el dron, además de ir al siguiente modo de visualización

de la pantalla LCD. El botón, al mantenerlo presionado permite observar el menú de ajustes, además al apretarlo una vez irá al anterior modo de visualización de la pantalla LCD.
El pad de dirección se utiliza para calibrar el dron en el caso de que tenga deslices en alguna dirección durante el vuelo.
Finalmente, los joysticks son palancas que permiten mover el dron durante el vuelo en distintas direcciones. El Joystick izquierdo al moverlo de izquierda a derecha (↔) permite que el dron rote sobre su propio eje en dicha dirección (Yaw); y al *https://codrone.robolink.com/edu/python/* (↕) permite que el dron suba o baje (Throttle). El Joystick derecho al moverlo de izquierda a derecha (↔) hace que el dron se mueva en dirección de izquierda o derecha (Roll); y al moverla de arriba abajo (↕) hace que el dron se mueva hacia adelante o atrás (Pitch).

Figura 9.3: Partes importantes del control desde la vista superior.

El control cuenta con 4 botones adicionales en la parte frontal del mismo. L1 al mantenerlo presionado despegará o aterrizará el dron, al presionarlo una vez cambia la velocidad de vuelo del dron, este cuenta con tres modos de velocidad: S1 (30 % de la velocidad de vuelo), S2 (70 % de la velocidad de vuelo), y S3 (100 % de la velocidad de vuelo); el modo de vuelo actual del dron se puede observar en la zona superior izquierda de la pantalla LCD.
Al presionar R1 una vez cambia el color del dron y el control, al mantenerlo presionado prepara el dron para hacer un giro en el aire (flip), al presionar una dirección el Joystick derecho hace el flip en la dirección proporcionada.

9.3 Procedimiento

Parte I. Primer vuelo.

1. Coloque la batería del dron en su respectivo puerto de batería.
2. Coloque las baterías AA en la parte inferior del control.
3. Encienda: el dron y el control.
4. Mantenga presionado el botón de emparejamiento del dron al mismo tiempo que el botón P del control, hasta que la luz LED de ambos coincida.
5. Asegúrese que no haya obstáculos en el camino del dron. Despegue el dron: presionando L1, muévalo hacia la izquierda, derecha, enfrente, y atrás, con las teclas del Joystick.
6. Posteriormente haga que el dron gire aproximadamente 180° sobre su propio eje, presionando el botón R1 y la dirección del joystick.
7. Aumente la altura del dron, hasta aproximadamente 1.50 m con respecto al suelo, moviendo

Figura 9.4: Ejemplo de un dron y un control emparejado.

el joystick izquierdo hacia adelante (arriba).

8. Asegúrese que no haya obstáculos en el camino del dron. Haga que el dron de un giro hacia adelante.
9. Haga que el dron vuelva a casa, con la tecla H.
10. Apague el control y el dron.

Parte II. Programación del dron con Blockly.

1. Encienda el dron.
2. Con un computador acceda al siguiente sitio web:
   https://codrone.robolink.com/edu/blockly/
   Retire las baterías AA del control, y conecte el control al computador con el puerto micro USB.
3. En la zona inferior encontrará la consola. Dele clic al botón de conectar en la zona izquierda de la consola, y seleccione su dron.
4. Haga un código simple con los bloques que están en la zona izquierda, para que dron haga los pasos del 5 al 7 de la Parte I. Primer vuelo.

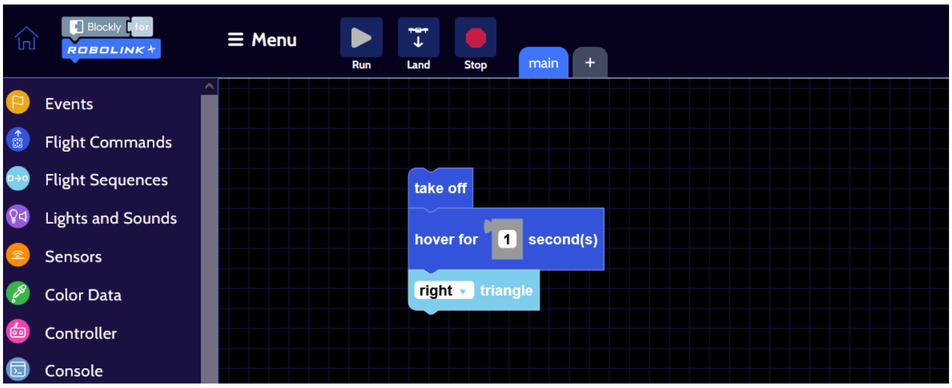


Figura 9.5: La consola de Blockly.

Parte III. Programación del dron en Python.

1. Encienda el dron.
2. Con un computador acceda al siguiente sitio web:
   https://codrone.robolink.com/edu/python/
   Asegúrese de que las baterías AA estén retiradas del control, y conecte el control al computador con el puerto micro USB.

3. En la zona inferior encontrará la consola. Dele clic al botón de conectar en la zona izquierda de la consola, y seleccione su dron.
4. Haga un código simple en el que el dron haga los pasos del 5 al 7 de la parte I. Primer vuelo.

Figura 9.6: Programando en Python con Robolink.

9.4 Análisis de resultados

1. Tome captura de pantalla al código de bloques que creo en la Parte II. Programando el dron en Blockly.
2. Copie el código creado en la Parte III. Programando el dron en Python.
3. ¿Existen similitudes a la hora de programar el dron en ambas plataformas?
4. Mencione 4 medidas de seguridad a la hora de volar el dron.

Página con documentación para la programación del dron:

https://docs.robolink.com/docs/CoDroneEDU/Python/Drone-Function-Documentationpair

10. Utilizando los datos obtenidos del dron

10.1 Objetivos

- Diseñar un código en Python que permita recolectar datos de la velocidad y la altura del dron con respecto al tiempo.
- Determinar la ecuación experimental que describe la variación de la altura con respecto al tiempo.
- Analizar la confiabilidad de los datos obtenidos y las posibles fuentes de error asociadas a la medición y control del dron.

10.2 Introducción

La programación de drones es una aplicación interdisciplinaria de la física, la electrónica y la informática, que permite comprender de manera práctica los principios de movimiento, control y automatización. Un dron, o vehículo aéreo no tripulado (UAV, por sus siglas en inglés), incorpora una serie de sensores y actuadores que le permiten mantener la estabilidad, medir la altura, orientación y velocidad, así como ejecutar trayectorias predefinidas mediante comandos programados.

El lenguaje de programación Python se ha consolidado como una herramienta fundamental para la enseñanza de la robótica y la programación de drones debido a su sintaxis simple, legibilidad y amplia compatibilidad con librerías educativas. En el caso del CoDrone EDU, la interfaz de Python permite controlar las funciones básicas del dron, como el despegue, aterrizaje, movimientos direccionales y giros, además de acceder a los datos de sensores integrados como el giroscopio, barómetro, acelerómetro y sensor de flujo óptico.

El uso de Python en la programación del dron no solo facilita la comprensión de conceptos de lógica computacional (como secuencias, ciclos y funciones), sino que también promueve el razonamiento algorítmico y el pensamiento computacional, competencias esenciales para el desarrollo científico y tecnológico.

Por medio de esta práctica, el estudiante podrá establecer la conexión entre los comandos de código y las acciones físicas del dron, evidenciando la relación entre la teoría de programación y la ejecución real de un sistema automatizado.

10.3 Equipo

- Kit individual Codrone EDU
- Baterías para drone
- Computadora

10.4 Procedimiento

Parte I. Obtención de la velocidad en función del tiempo con el dron

1. Coloque las baterías al dron. Encienda el dron
2. Con un computador acceda al siguiente sitio web: https://codrone.robolink.com/edu/python/. Asegúrese de que las baterías AA estén retiradas del control, y conecte el control al computador con el puerto micro USB.
3. En la zona inferior encontrará la consola. Dele clic al botón de conectar en la zona izquierda de la consola, y seleccione su dron, como muestra la figura.

Figura 10.1: Programando en Python con Robolink.

4. Asegúrese que no haya obstáculos en el camino del dron.
5. Haga un código simple en el que el dron avance con una potencia del 25 %, por 6 segundos. Y que vuelva al punto inicial.
6. Agregue la siguiente línea al código creado antes de que empiece su aterrizaje *"print (drone.get_flow_velocity_x())"*. Esto va a permitir obtener los datos registrados de velocidad del dron.
7. Anote los valores obtenidos en el cuadro 10.1.

Parte II. Obtención de los valores de altura con respecto al tiempo

1. Cree un nuevo proyecto llamado: "Altura_vs_tiempo.py".
2. Asegúrese que no haya obstáculos en el camino del dron.
3. Copie y pegue el siguiente código que se encuentra en el Anexo 1. Indique después de cada "#" que hace cada bloque de código.
4. Gráfique en Excel los datos obtenidos, y determine la ecuación de altura en función del tiempo. Anote sus resultados.

10.5 Resultados

Unidades de la velocidad obtenidas en la parte I:

Cuadro 10.1: Velocidad del dron en función del tiempo

Velocidad	Tiempo

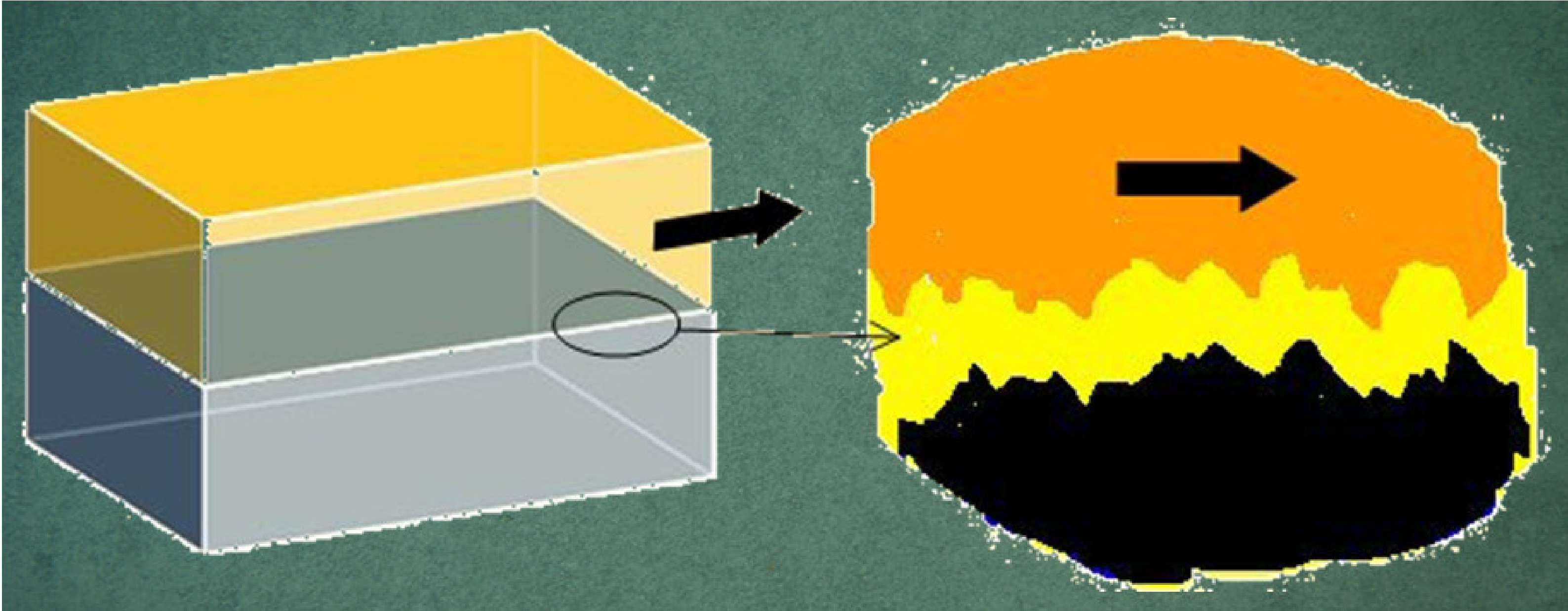
10.6 Análisis de Resultados

1. ¿Los datos obtenidos en la primera parte son confiables? Explique su respuesta.
2. ¿Con el gráfico generado en la segunda parte se puede averiguar la velocidad del dron? Suponga que la aceleración del dron es constante.
3. ¿Cuáles pueden ser las fuentes de error de estas mediciones?

10.7 Código de Python

```python
from codrone_edu.drone import *
import time
import csv
import os
import js

# Iniciación y emparejamiento del dron
drone = Drone()
drone.pair()
print("Conectado al dron correctamente")

# Parametro de seguridad
max_height = 100  # Altura máxima en cm
filename = "altura.csv"

# Despegue
drone.takeoff()
print("Despegando")
time.sleep(2)  # Espera breve para estabilizar

# Definición del archivo csv
with open(filename, "w", newline="", encoding="utf-8") as file:
    # Usamos punto y coma como separador (para compatibilidad con Excel en español)
    writer = csv.writer(file, delimiter=";")
    writer.writerow(["Tiempo (s)", "Altura (cm)"])  # Cabecera
    start_time = time.time()

    drone.set_throttle(50)
```

```
    current_height = drone.get_height("cm")

    # Bucle de ascenso
    while current_height <= max_height:
        drone.move()  # Mueve el dron con el throttle actual
        current_height = drone.get_height("cm")
        elapsed_time = round(time.time() - start_time, 2)

        print(f"Altura: {current_height} cm")
        writer.writerow([elapsed_time, current_height])

        time.sleep(0.05)

# Aterrizaje
drone.land()
drone.close()
print("Tarea completada")
print(f"Archivo '{filename}' guardado en: {os.getcwd()}")

# Descarga
def descargar_archivo(filename):
    # Leer el contenido como texto (no binario)
    with open(filename, "r", encoding="utf-8") as f:
        contenido = f.read()

    # Crear un blob de texto CSV legible
    blob = js.Blob.new([contenido], { "type": "text/csv;charset=utf-8" })
    url = js.URL.createObjectURL(blob)
    link = js.document.createElement("a")
    link.href = url
    link.download = filename
    js.document.body.appendChild(link)
    link.click()
    js.document.body.removeChild(link)

descargar_archivo(filename)
print("Archivo CSV descargado correctamente")
```



11. Coeficiente de Fricción Cinética y Estática

11.1 Objetivos

1. Determinar el coeficiente de fricción estático máximo.
2. Determinar el coeficiente de fricción cinética de un bloque que se desliza sobre una superficie horizontal.

11.2 Introducción

En el experimento anterior demostramos que la fricción existente entre el carrito y el carril es despreciable. En este experimento vamos a agregar al carrito un dispositivo para aumenta la fricción entre éste y el carril (figura 11.1).

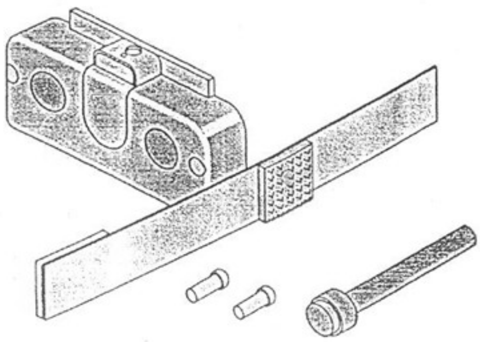


Figura 11.1: Sistema de fricción ajustable para el carrito.

Las fuerzas que actúan tanto sobre el carrito como sobre la masa colgante son las que se muestran en la figura 11.1. Por lo tanto, la sumatoria de fuerzas es la misma que la que se realizó en el experimento de la Segunda Ley de Newton. Y la fuerza neta sobre el sistema la podemos expresar como:

$$\sum F = m_2 g - f = Ma \quad (11.1)$$

proporcional a la masa total del sistema por su aceleración, de acuerdo con la Segunda Ley de Newton.

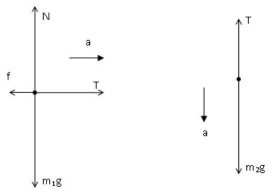


Figura 11.2: Diagramas de cuerpo libre para el carrito (izquierda) y la masa colgante (derecha).

La fuerza de fricción que actúa sobre el carrito es directamente proporcional a la fuerza normal al plano en el que éste se mueve, y la constante de proporcionalidad viene a ser el coeficiente de rozamiento cinético:

$$f = \mu N \quad (11.2)$$

Como el carrito se desplaza sobre una superficie horizontal la fuerza normal es a su vez igual en magnitud al peso del carrito:

$$\sum F_{y1} = N - m_1 g = 0 \quad (11.3)$$

Cuando la fuerza horizontal aplicada sobre el carrito no es suficiente para moverlo, la fuerza de fricción estática es la que está presente. Conforme aumenta la fuerza aplicada aumenta la fricción estática, hasta que esta fricción alcanza un punto máximo, después del cual el objeto entra en el rango cinético, por lo tanto

$$f_{emax} = \mu_e m_1 g. \quad (11.4)$$

Una vez que el objeto empieza el movimiento la fuerza del fricción disminuye y se hace constante. La relación para la fuerza la de fricción cinética f_c es:

$$f_c = \mu_c m_1 g \quad (11.5)$$

11.3 Equipo

- Un carril
- Un carrito
- Una bandera
- Una polea
- Una fotocompuertas
- Cronómetro digital
- Hilo
- Porta-masas
- Masa de diferentes valores
- Sistema de fricción ajustable para el carrito

11.4 Procedimiento

Configuración inicial

1. Antes de iniciar Mida la masa del carrito con la balanza.
2. Monte el equipo como lo muestra la figura 11.3. Para evitar que el portamasas golpe el piso es recomendable colocar una esponja o bloque de estereofón en el piso directamente debajo del portamasas.

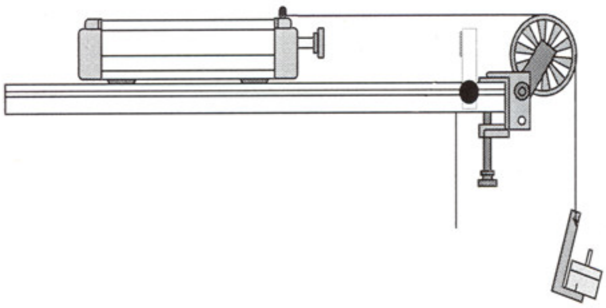


Figura 11.3: Sistema de dos cuerpos.

3. La nivelación del carril es de suma importancia para obtener buenos resultados en las mediciones que se realizarán, porque queremos que no exista una fuerza neta vertical sobre el carrito, sino que la fuerza neta sobre él sea la tensión de la cuerda.
4. Se debe colocar una polea en un extremo del carril y pasar una cuerda donde se cuelga la masa m_2 y en el otro extremo se ata el carrito. La longitud de la cuerda no debe ser muy larga para que cuando el carrito llegue al final de su recorrido la masa colgante no golpee el suelo. Adicionalmente, debe acomodar la polea para que la cuerda que va al carrito quede horizontal.

Coeficiente de Fricción Estática

1. Coloque el carrito en el centro del carril y agregue lentamente masas al portamasas, puede ser de 5g en 5 g.
2. Cuando el carrito se mueva ligeramente retire los últimos 5g y agregue de nuevo masas de 1g en 1 g.
3. Determine el valor de la fuerza de fricción estática máxima con la mayor precisión posible, midiendo la masa m_2 necesaria para apenas iniciar el movimiento.
4. Anote sus resultados. $m_2 =$, $f_{emax} = m_2 g =$.
5. Calcule el coeficiente de fricción estático máximo que existe entre el bloque y el riel. $\mu_e =$.

Coeficiente de Fricción Cinética

1. Coloque 2 fotocompuertas separada 60 cm y ajuste la altura ambas fotocompuerta para que corte el haz de luz infrarroja en las 2 marcas de la bandera.
2. Instalar al carrito la lámina metálica para producir la fricción con el carril. La fricción es ajustable mediante un tornillo y debe utilizarse un rozamiento que permita al carrito acelerar conforme es halado por la cuerda. Una vez ajustada la fricción, no mueva más el tornillo.
3. Coloque 10g sobre portamasas. Recuerde que el portamasas también tiene un peso propio.
4. Ajuste el smart time en la función ACELERATION –TWO GATE y suelte el carrito para medir la aceleración entre fotocompuertas. Asegúrese la masa colgante no haya tocado el suelo antes de realizar la medición entre fotocompuertas.

5. Mida 5 veces el valor de la aceleración. Escríbala en la tabla 1. Además calcule su incertidumbre.
6. Ahora proceda añadir masa al portamasas (de 5 en 5 gramos) con el fin de cambiar la aceleración del sistema. En este experimento la masa del carrito permanece constante.

Tabla 1: Coeficiente de fricción cinética

m_2(kg)	$a_1\left(\frac{m}{s}\right)$	$a_2\left(\frac{m}{s}\right)$	$a_3\left(\frac{m}{s}\right)$	$a_4\left(\frac{m}{s}\right)$	$a_5\left(\frac{m}{s}\right)$	$a_{prom}\left(\frac{m}{s}\right)$	$\delta a_{prom}\left(\frac{m}{s}\right)$

7. Calcule la fuerza neta que actúa sobre el sistema para cada caso y su respectiva incertidumbre y anótelas en la Tabla 2.

Tabla 2: Resumen coeficiente de fricción cinética

m_2(kg)	$F = Ma_{prom}\,(N)$	$\delta F\,(N)$

11.5 Análisis de Resultados

1. Con los datos obtenidos de las diferentes masas del carrito, grafique la fuerza neta que actúa sobre el sistema (F) en función de la masa colgante (m_2), con los valores de la Tabla 2.
2. ¿Qué valor tienen la pendiente y el intercepto; indique su significado físico?
3. Determine el coeficiente de fricción cinética con la información obtenida a partir del ajuste de la gráfica.
4. Compare la magnitud de la fuerza de fricción cinética obtenida en este experimento, con el experimento Segunda Ley De Newton. Discuta la relación entre ambas fuerzas (cuál debe ser mayor y porqué) y si sus resultados concuerdan con esto.
5. Compare los coeficientes de fricción estático y cinético. ¿Cuál es mayor? Explique.

12. Conservación de la Energía Mecánica: Péndul

12.1 Objetivos

1. Comprobar la conservación de la energía mecánica de un péndulo simple oscilante.
2. Minimizar los errores en la ejecución de experimentos a través de la comprensión y aplicación de procedimientos experimentales adecuados.

12.2 Introducción

En el ámbito de la mecánica, la energía mecánica (EM o E) de un sistema en un momento dado es la suma de dos componentes esenciales: la energía cinética (EC o K), relacionada con el movimiento del sistema, y la energía potencial (EP o U), asociada con las fuerzas que actúan sobre él en función de su posición. La relación entre estas dos formas de energía es fundamental para comprender el comportamiento de sistemas mecánicos.

$$E = K + U \tag{12.1}$$

Lo que hace que este concepto sea aún más intrigante es la Ley de Conservación de la Energía Mecánica. Cuando un sistema solo está sometido a fuerzas conservativas, como la gravedad en el caso de una partícula en caída libre, la suma de la energía cinética y potencial se mantiene constante. Esto significa que, sin importar en qué momento se evalúe la energía mecánica del sistema, su valor total será invariable:

$$E_1 = E_2 \tag{12.2}$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \tag{12.3}$$

Esta ley es esencial en la Física y se aplica en una amplia variedad de situaciones, desde el movimiento de los planetas en el espacio hasta el estudio de sistemas mecánicos en la Tierra. Esto permite comprender cómo la energía se transforma y se transfiere dentro de un sistema, lo que resulta fundamental para analizar y predecir el comportamiento de objetos en movimiento.

En este experimento, Se utiliza un péndulo simple oscilante como objeto de estudio. El objetivo es medir y comparar la energía mecánica del péndulo en dos momentos clave de su movimiento: el punto más alto y el punto más bajo de su trayectoria. Para llevar a cabo esta medición, se necesita establecer un nivel de referencia para calcular la energía potencial gravitacional (Ug). Esto puede hacerse, por ejemplo, tomando como referencia el nivel de la mesa donde se encuentra colocado el equipo o en relación con el suelo. Este paso es crucial para calcular correctamente la energía potencial gravitacional en cada uno de los instantes a estudiar. La ecuación para encontrar Ug es:

$$U = mgy \tag{12.4}$$

Sustituyendo en la ecuación 9.3 la definición de energía cinética y energía potencial gravitacional se obtiene:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 \tag{12.5}$$

En el punto más alto de su trayectoria, el péndulo se detiene brevemente ($v_1 = 0$) antes de invertir su movimiento y regresar sobre su misma trayectoria. En este instante, toda la energía del péndulo es potencial gravitacional. Por otro lado, en el punto más bajo de su oscilación, el péndulo posee tanto energía potencial como cinética. Entonces:

$$mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 \tag{12.6}$$

Si la Ley de Conservación de la Energía Mecánica se cumple en este sistema, debería obtener el mismo valor de energía mecánica en ambos instantes, dentro de los límites de error experimental.

$$E_1 \pm \delta E_1 = E_2 \pm \delta E_2 \tag{12.7}$$

Esto significa que, independientemente de si el péndulo está en su punto más alto o más bajo, la suma de su energía potencial y cinética debería ser constante, lo que es un principio fundamental en la física.

12.3 Equipo

- Péndulo simple oscilante
- Una fotocompuerta
- Base para fotocompuerta
- Smart timer
- Pie de rey
- Regla de 1 metro
- Hilo
- Sistema de soporte de regla
- Cilindro de hierro
- Soporte para mesa
- Balanza

12.4 Procedimiento

Parte I: Montaje Experimental

1. Mida la masa del péndulo y anótelo en la tabla 1.
2. Ate el péndulo a dos cuerdas en forma de V para que oscile en un solo plano.
3. Escoja un nivel de referencia y coloque el péndulo a una altura h_b ,posición y_b con respecto a ese nivel escogido convenientemente (por ejemplo, el suelo o sobre la mesa). Anótelo en la tabla 2.
4. Identifique la posición de equilibrio del péndulo y coloque la fotocompuerta alineada con el cilindro.
5. *Mida cuidadosamente las aturas

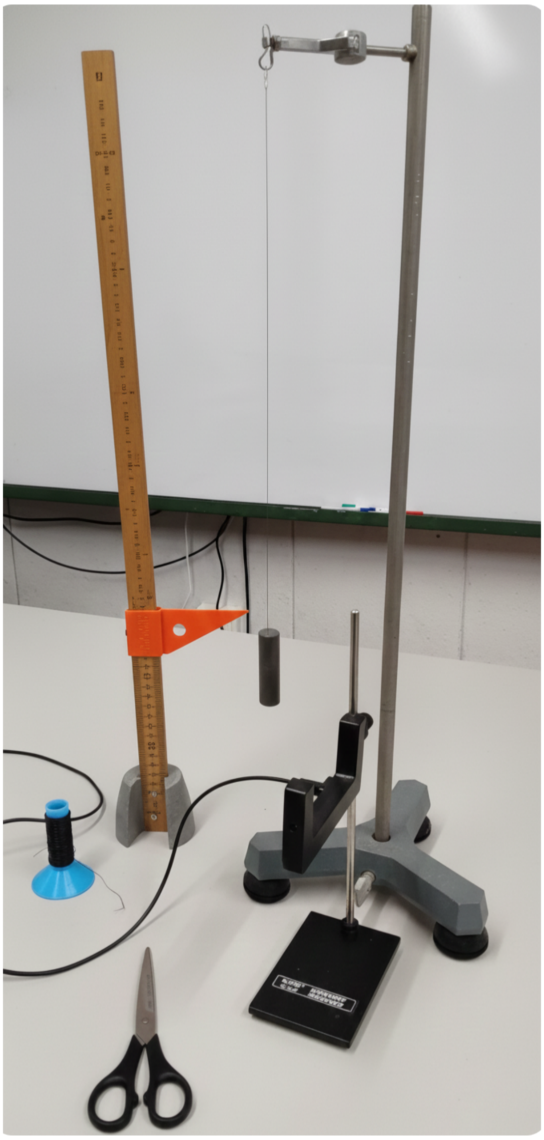


Figura 12.1: Montaje Experimental.

Parte II. Comprobación de la Conservación de la Energía Mecánica

1. Mida el diámetro D del péndulo y anótelo en la tabla 1.
2. Seleccione la función de TIME-STOPWATCH en el Smart Timer.

3. Defina una altura h_b (posición y_a) y suelte el péndulo desde esa posición.
4. Realice 5 mediciones del tiempo que tarda en pasar el cilindro a través de la fotocompuerta. Anote los datos en la tabla 3.
5. A partir del tiempo promedio calcule la rapidez en ese punto utilizando la ecuación:

$$v = \frac{D}{t_{prom}} \tag{12.8}$$

6. Calcule la energía mecánica del péndulo en las dos posiciones con sus respectivas incertidumbres. Anote sus resultados en la tabla 4
7. Repita el proceso para otras 2 alturas distintas y anote sus resultados en la tabla 3

12.5 Resultados

Cuadro 12.1: Tabla 1 Características del cilindro: masa y diámetro.

m (kg)	δm (kg)	D (m)	δD (m)

Cuadro 12.2: Valores individuales de posición e incertidumbre.

Variable	Valor (m)
y_b	
δy_b	
δy_a	

Cuadro 12.3: Tabla 2. Tiempo que tarda el cilindro en atravesar la fotocompuerta.

y_a (m)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_4 (s)	t_5 (s)	t_{prom} (s)	δt_{prom} (s)	v_b (m/s)	δv_b (m/s)

12.6 Análisis de Resultados

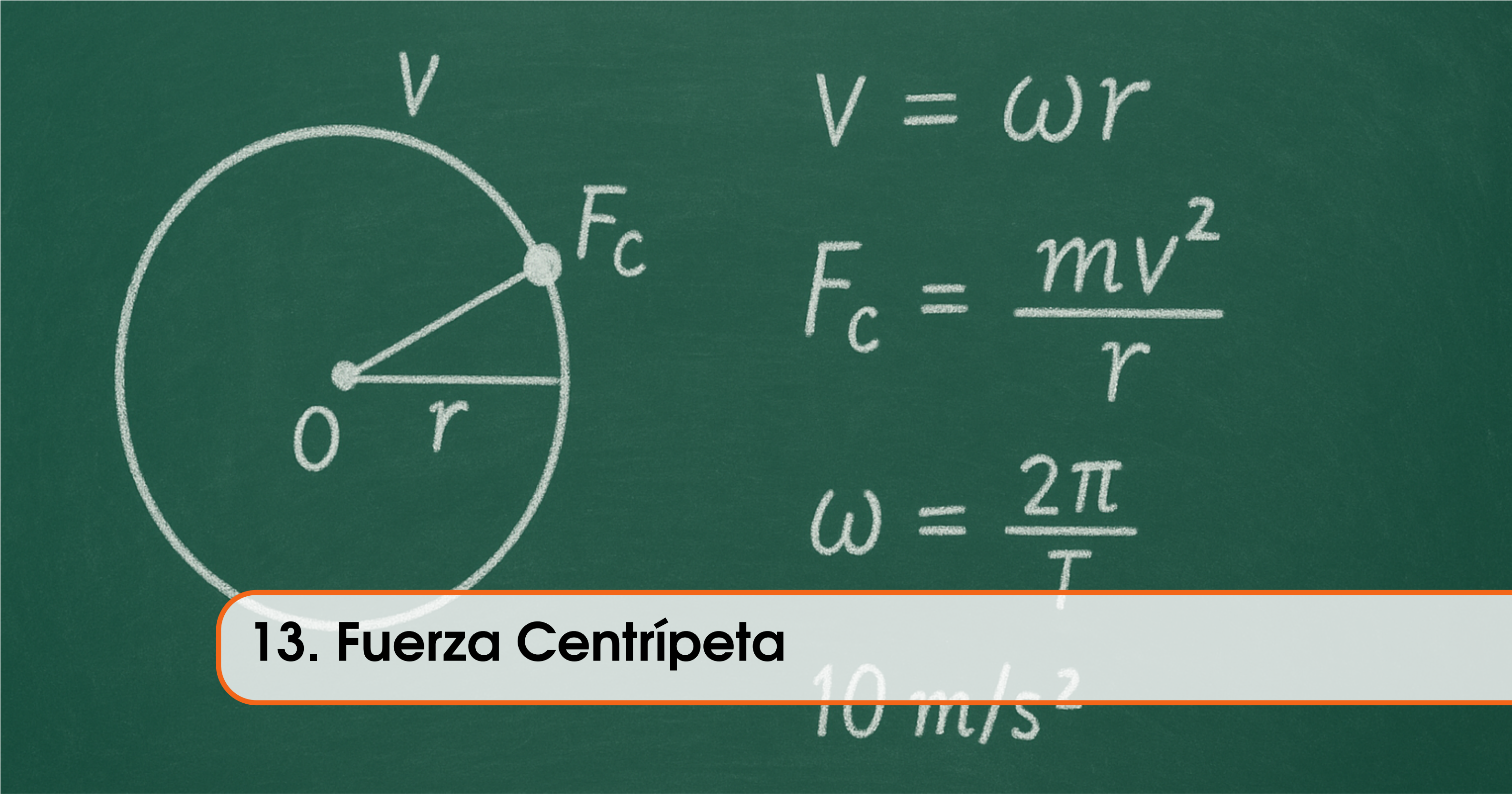
1. Grafique v_b^2 en función de la elevación vertical $(y_a - y_b)$ con respecto al punto de equilibrio del péndulo. ¿Qué información puede obtener a partir del gráfico?
2. Con base en las incertidumbres de las energías mecánicas, determine si la energía mecánica se conserva.
3. ¿Qué sucede con la Ley de Conservación de la Energía Mecánica si la masa del cilindro cambia?
4. ¿Se puede utilizar un goniómetro o un trasportador para medir el ángulo de la amplitud de la oscilación en lugar de medir la altura inicial del péndulo? Explique
5. De la ecuación despeje v_2 (v_b para esta práctica) y determine su valor para cada y_a. Tomando este como un valor teórico de v_b , calcule el porcentaje de error para el valor experimental y complete la tabla 5.
6. ¿Existe perdida de energía entre oscilaciones completas del péndulo?
7. Mencione las posibles fuentes de error.

Cuadro 12.4: Tabla 3. Energía mecánica en posiciones 1 y 2.

y_a (m)	δy_a (m)	E_a (J)	δE_a (J)	y_b (m)	δy_b (m)	v_b (m/s)	δv_b (m/s)	E_b (J)	δE_b (J)

Cuadro 12.5: Tabla 4. Porcentajes de error.

v_b (m/s) Teórico	v_b (m/s) Experimental	Error (%)



13. Fuerza Centrípeta

13.1 Objetivos

1. Comprobar la relación entre la fuerza centrípeta F_C y el periodo de rotación T de una masa que gira uniformemente.
2. Determinar el valor de dicha masa a partir de la relación entre F_C y T para compararla con la medición directa de la misma.

13.2 Introducción

Cuando un objeto de masa m gira en una trayectoria circular de radio R la fuerza centrípeta sobre la masa viene dada por:

$$F_C = \frac{mv^2}{R} \tag{13.1}$$

donde v es la magnitud de la velocidad tangencial. Para obtener el valor de esta velocidad se debe conocer el tiempo que tarda en dar una vuelta completa (periodo T) y el radio de la trayectoria circular R:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \tag{13.2}$$

La fuerza centrípeta, entonces, se puede expresar también de la siguiente forma:

$$F_C = \frac{4\pi^2 mR}{T^2} \tag{13.3}$$

De esta relación se tiene que la fuerza centrípeta es inversamente proporcional al cuadrado del periodo.

13.3 Equipo

- Aparato de rotación
- Cronómetro digital
- Una fotocompuerta
- Polea
- Hilo
- Porta-masas
- Masas de diferentes valores

13.4 Descripción del equipo

El sistema de rotación consiste en una base sólida en forma de letra "A" con una polea de poca fricción que sostiene un carril rectangular de aluminio que se utiliza como plataforma de rotación (figura 13.1). Sobre la plata forma de rotación se coloca un poste lateral para realizar el experimento (figura 13.2).

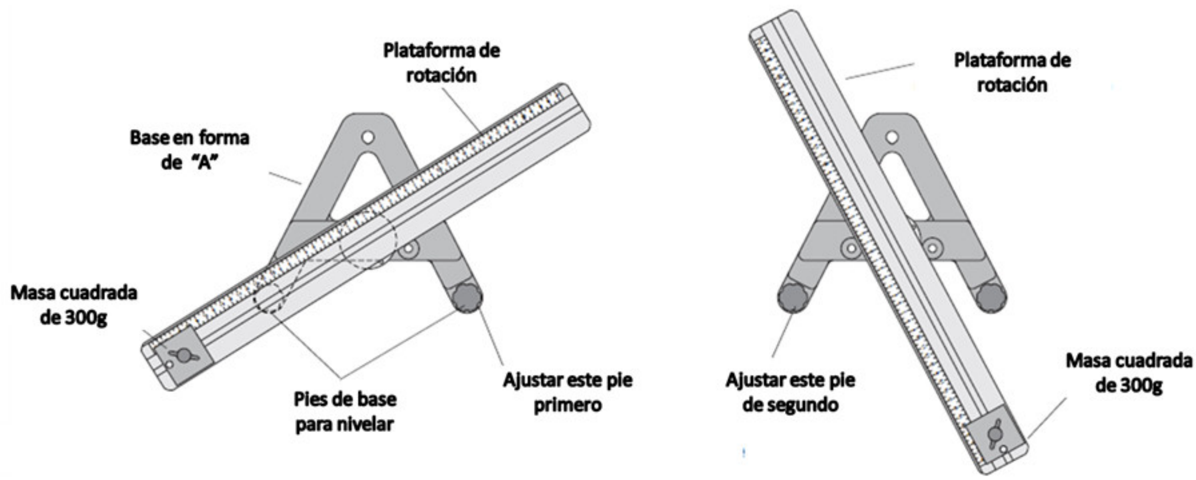


Figura 13.1: Plataforma de rotación.

El poste central (figura 13.2) consiste en una lámina metálica con un soporte móvil en la parte superior sobre el cual se cuelga un resorte que tiene un indicador en forma de disco y de color anaranjado en el extremo inferior, un soporte ajustable que hace las veces de indicador y por el cual pasa el disco anaranjado, una polea para pasar un hilo y un punto de referencia en la parte inferior de la lámina metálica.

El poste lateral (figura 13.2) es también una lámina metálica que tiene agujeros en la parte superior para pasar un hilo y colgar una masa y una ranura vertical en el centro de la lámina que funcione como indicador.

Nivelación

En algunos experimentos, como este, requieren que el aparato esté bien nivelado para que no gire disparejo y afecte los resultados. Para realizar dicha nivelación, realice las siguientes pasos:

A. Coloque una masa cuadrada de 300g en cualquiera de los extremos del carril de aluminio para producir un desbalance del aparato (ver figura 13.1). Soque el tornillo de la masa cuadrada para que no se resbale accidentalmente cuando se le ponga a girar.
B. Gire uno de los dos tornillos de ajuste del pie de la base del aparato hasta que el extremo del brazo rectangular con la masa cuadrada esté alineado sobre el tornillo de ajuste del otro pie

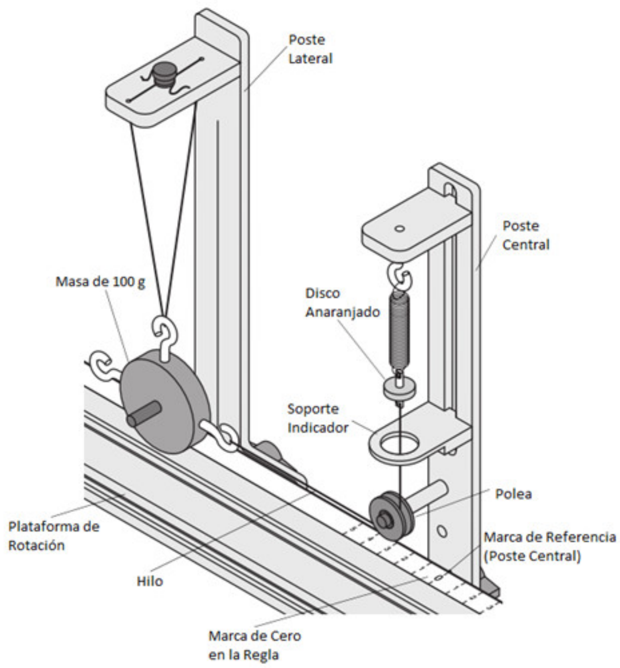


Figura 13.2: Esquema del experimento.

de la base (ver figura 13.1).

C. Con la mano rote el carril 90 grados hasta que esté paralelo con uno de los lados de la "A" que forma la base y luego gire el otro tornillo hasta que el brazo se mantenga en dicha posición sin sostenerlo (ver figura 13.1).

D. Si la plataforma de rotación se mantiene en reposo en cualquier posición que se coloque, está nivelada.

13.5 Procedimiento

1. Cuelgue una masa M de valor conocido de los hilos del poste lateral. Dicha masa esta unida al extremo libre del resorte del poste central (ver figura 13.3).
2. Coloque una prensa con polea en el extremo de la plataforma de rotación del lado que puso el poste lateral. Cuelgue una masa m de valor conocido que pase por la polea de la prensa y átela a la masa M. El peso de m va a tener el mismo valor que la fuerza centrípeta que produce el resorte cuando se ponga a girar el sistema (ver figura 13.3).
3. Escoja un valor para el radio de la rotación alineado la ranura vertical del poste lateral con algún valor de la cinta métrica que tiene la plataforma de rotación. Este valor se mantiene constante durante las diferentes mediciones
4. Ajuste verticalmente el soporte del resorte del poste central hasta que el hilo de cual cuelga la masa m está alineado con la ranura vertical del poste lateral. Una vez hecho esto, ajuste el soporte indicador del poste central hasta que esté a la misma altura del disco anaranjado (ver figura 13.2).
5. Ajustado el sistema de acuerdo a lo puntos anteriores, quite la prensa con polea y la masa que cuelga del extremo de la plataforma de rotación.
6. Además añadir una pestaña de papel o cinta a un extremo del carril, para poder el corta el haz de la fotocompuerta. El cronometro digital se pone en la función TIME-ONE GATE con

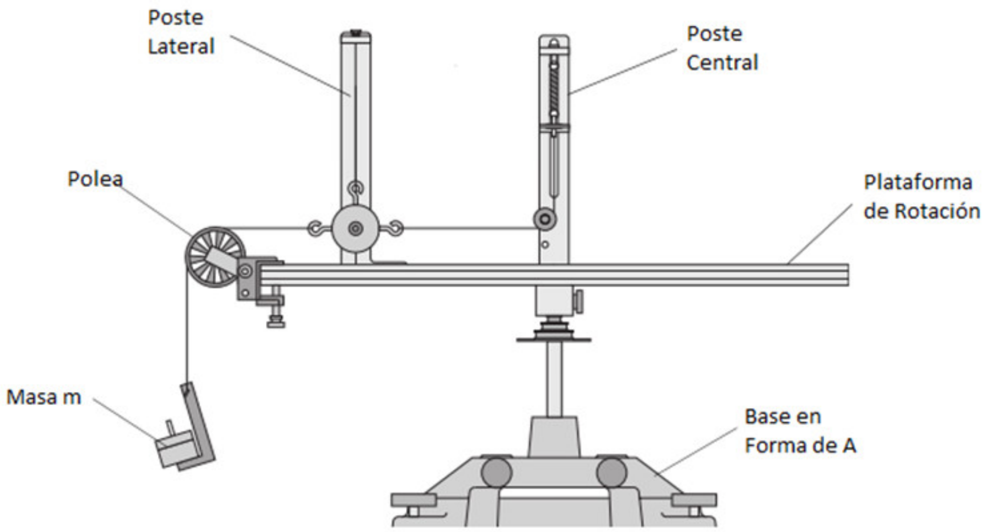


Figura 13.3: Esquema del experimento.

el fin de lograr medir el periodo.

7. Se rota la plataforma, aumentando su rapidez de rotación hasta que el disco anaranjado esté centrado con el soporte indicador. Cuando esto se logra, el hilo del que cuelga la masa M está de nuevo en posición vertical y la masa rotando con el radio escogido.
8. Cuando el punto anterior se logra, se mide el periodo mediante el cronometro digital. Asegúrese de que el disco siempre este nivelado para obtener la medida correcta. Mida el periodo 5 veces.
9. Repita el experimento con una nueva fuerza centrípeta. Para ello vuelva colocar la prensa con polea en el extremo de la plataforma y cuelgue una nueva masa el radio constante repita los pasos anteriores hasta llenar la Tabla 1.

Tabla 1: Movimiento Rotacional

$m_{colgante}$(kg)	$T_1(s)$	$T_2(s)$	$T_3(s)$	$T_4(s)$	$T_5(s)$

10. Calcule la fuerza centrípeta (el peso de la masa colgante) y su incertidumbre; además calcule el período promedio y su incertidumbre para cada caso. Anote los resultados en la Tabla 2

Tabla 2: Resumen Movimiento Rotacional

F_C(M)	δF_C (N)	T_{prom}(s)	δT_{prom} (s)

13.6 Análisis de Resultados

1. Grafique la fuerza centrípeta en función del periodo, realice el mejor ajuste y explique la relación entre las variables.
2. ¿Se puede obtener de los parámetros del ajuste el valor de la masa que gira? Explique. Si es así obténgala, junto con su incertidumbre y compárela con la medición de dicha masa y obtenga además el porcentaje de error.
3. Enumere las posibles fuentes de error en este experimento.
4. ¿Por qué se mide el período de rotación empleando la función TIME-ONE GATE en vez de TIME-PENDULUM?

14. Conservación del Momento Lineal

14.1 Objetivos

1. Comprobar que en un sistema aislado la cantidad de movimiento lineal se mantiene constante antes y después de una colisión elástica.
2. Demostrar que la cantidad de movimiento lineal en una explosión se conserva aunque la energía no lo haga.

14.2 Introducción

En un sistema compuesto por dos cuerpos que pueden interactuar entre sí pero que se encuentran aislados de sus alrededores la cantidad de movimiento lineal se conserva. Esto se debe a que el objeto 1 sólo se ve afectado por la fuerza del objeto 2 y viceversa. Por la tercera ley de Newton, la fuerza que hace el cuerpo 1 sobre el cuerpo 2 es de igual magnitud pero de dirección opuesta a la fuerza que hace el cuerpo 2 sobre el cuerpo 1:

$$F_{12} = -F_{21} \tag{14.1}$$

De esta manera la suma se fuerzas sobre el sistema es cero:

$$F_{12} + F_{21} = 0 \tag{14.2}$$

De acuerdo a la segunda ley de Newton, la fuerza resultante que experimenta un sistema es proporcional al cambio en su cantidad de movimiento lineal y por lo tanto en el caso considerado la cantidad de movimiento lineal del sistema es constante:

$$p_1 + p_2 = constante \tag{14.3}$$

El experimento que vamos a realizar consta de dos partes. En la primera parte el sistema está compuesto por un carrito que colisiona con un segundo carrito en reposo. Para cualquier colisión se conserva la cantidad de movimiento, es decir la cantidad de movimiento total es la misma antes y después del choque:

$$p_{1i} + p_{2i} = p_{1f} + p_{2f}. \tag{14.4}$$

La ecuación 14.4 se puede escribir para el caso unidimensional en cuestión, donde el el carrito uno impacta al carrito dos que se encuentra en reposo pero que es más masivo que el primero. Después de la colisión el carrito uno va a rebotar y el carrito dos empezará a moverse en la dirección inicial del carrito uno:

$$m_1 v_{1i} \ + \ 0 \ = \ m_1 v_{1f} \ + \ m_2 v_{2f} \tag{14.5}$$

(donde v_{1f} será negativa).

Para la segunda parte los carritos están inicialmente en reposo (velocidades cero), unidos en el centro de un carril en posición horizontal. Luego se produce una explosión del resorte entre ellos, dándoles movimiento en direcciones opuestas. Como el sistema está aislado la cantidad de movimiento lineal antes y después de la explosión permanece constante y es igual a cero. Este es un tipo de colisión inelástica. En las colisiones inelásticas **NO** conserva la energía cinética.

$$0 = p_{1final} \ + \ p_{2final} \tag{14.6}$$

$$0 \ = \ m_1 v_{1f} \ + \ m_2 v_{2f} \tag{14.7}$$

(donde v_{1f} será negativa)

14.3 Equipo

- Un carril
- Dos carritos para colisión
- Dos banderas
- Dos fotocompuertas
- Cronómetro digital
- Martillo
- Masa de 500 g para carrito de colisión

14.4 Procedimiento

Configuración inicial

1. Asegúrese de que el riel esté bien nivelado para lograr buenos resultados en este experimento, pues queremos que no exista una fuerza neta vertical sobre el carrito.
2. Conecte el cronómetro digital a dos fotocompuertas para medir la magnitud de la velocidad de cada carrito.
3. Ajuste la altura de las fotocompuertas para que las banderas corten el haz con su parte superior.
4. Ponga a operar el cronómetro digital en la función SPEED-COLLISION.
5. El carrito dos va a tener una masa extra de 500 gramos. Mida las masas totales de ambos carritos.

Choques y conservación de momento lineal

1. Comprima el resorte del carrito 1 y colóquelo en el extremo izquierdo del carril. El carrito 2 colóquelo entre las fotocompuertas (como se muestra en la figura 10.1) con el resorte viendo hacia el carrito 1.

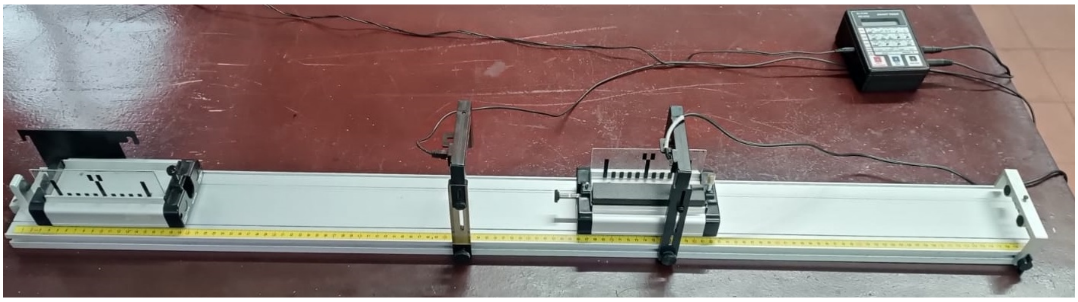


Figura 14.1: Configuración parte 1

2. El carrito 1 se impulsará golpeando con el martillo el sistema de disparo.
3. Registre las velocidades. Presione el botón START/STOP del cronómetro digital para ver los resultados. Presione los botones 1 o 2 para ver las velocidades de los carritos 1 o 2 respectivamente. Tome en cuenta que el cronómetro espera registar una velocidad final para el carrito 2 pero este solo pasa una vez por la fotocompuerta. Para detener la medición pase la mano por el láser de la fotocompuerta derecha. Para el carrito 1 registre la velocidad inicial y final (la final regístrela como negativa). Para el carrito 2 registre la velocidad inicial como cero y la velocidad final como la primera que registró el cronómetro.
4. Repita el procedimiento cinco veces y obtenga un promedio de las mediciones. Asegúrese de que el resorte este comprimido en la posición máxima siempre para garantizar que las condiciones del experimento sean las mismas.
5. Repita el experimento agregando masas extras al segundo carrito. Anote las velocidades antes de la colisión en la Tabla 1 y después de la colisión en la Tabla 2.
6. Calcule la cantidad de movimiento antes y después del choque para cada carrito.
7. Calcule la cantidad de movimiento para el sistema compuesto por los dos carriitos, así como sus respectivas incertidumbres. Anote sus resultados en la Tabla 3. Recuerde que la velocidad es un vector que tiene dirección, por lo tanto considere positivas las velocidades que van hacia la derecha y negativas las que van hacia la izquierda para sus cálculos de momento lineal.

Tabla 1. Datos de la velocidad y la cantidad lineal de movimiento antes de la colisión.

Datos del carrito 1 antes del choque								
m_1	v_{1i}	v_{1i}	v_{1i}	v_{1i}	v_{1i}	v_{1prom}	p_{1antes}	Δp_{1antes}

Tabla 2. Datos de la velocidad y la cantidad lineal de movimiento después de la colisión.

Datos del carrito 1 después del choque								
m_1	v_{1f}	v_{1f}	v_{1f}	v_{1f}	v_{1f}	v_{1prom}	p_{1desp}	Δp_{1desp}
Datos del carrito 2 después del choque								
m_2	v_{2f}	v_{2f}	v_{2f}	v_{2f}	v_{2f}	v_{2prom}	p_{2desp}	Δp_{2desp}

Tabla 3: Cantidad de movimiento lineal total antes y después del choque

Choque	p_{antes}	Δp_{antes}	$p_{despues}$	$\Delta p_{despues}$
1				
2				
3				

Choques inelásticos

1. Comprima el resorte del carrito 1 hasta su posición máxima. Coloque los carritos en el centro del carril horizontal uno a la par del otro con el resorte comprimido entre ellos, tal y como se muestra en la figura 10.2.

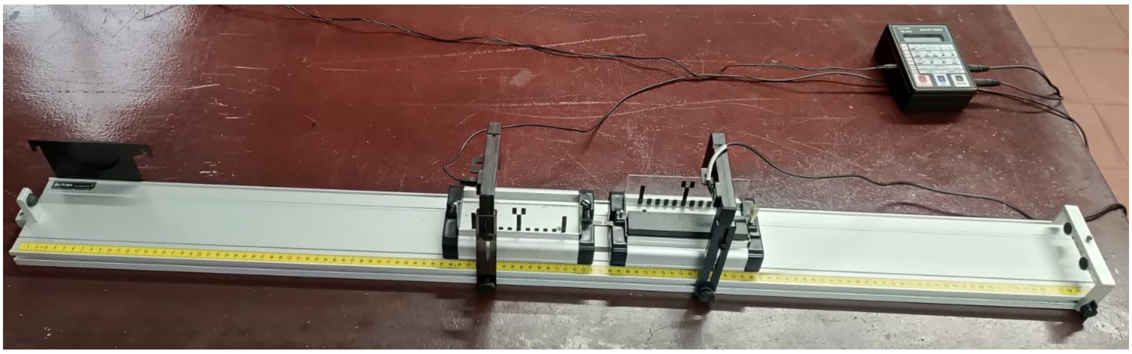


Figura 14.2: Configuración parte 2

2. Produzca la explosión golpeando con un martillo el sistema de disparo del resorte.
3. Registre las velocidades. Presione el botón START/STOP del cronómetro digital para ver los resultados; presione los botones 1 o 2 para ver las velocidades de los carritos 1 o 2 respectivamente.
4. Repita el procedimiento cinco veces y obtenga un promedio de las mediciones. Asegúrese de que el resorte este comprimido en la posición máxima siempre para garantizar que las condiciones del experimento sean las mismas.
5. Repita el experimento agregando masas extras a uno de los carritos. Anote los datos correspondientes al carrito 1 en la Tabla 4 y los correspondientes al carrito 2 en la Tabla 5. Calcule la cantidad de movimiento antes y después del choque para cada carrito y para el sistema compuesto por los dos, así como sus respectivas incertidumbres. Anote sus resultados en la Tabla 6.

Tabla 4: Velocidad del carrito 1 después de la explosión

Choque	m_1	v_1	v_1	v_1	v_1	v_1	v_{prom}
1							
2							
3							

Tabla 5: Velocidad del carrito 2 después de la explosión

Choque	m_2	v_2	v_2	v_2	v_2	v_2	v_{prom}
1							
2							
3							

Tabla 6: Cantidad de movimiento lineal después de la explosión

Choque	p_1	Δp_1	p_2	Δp_2	p_{total}	Δp_{total}
1						
2						
3						

14.5 Análisis de Resultados

Choques y conservación de momento lineal

1. Compare la cantidad de movimiento del sistema antes y después del choque y compruebe si ésta se conserva, dentro de los límites del error experimental.
2. Explique si en este experimento se conserva o no la energía cinética.
3. ¿Depende la calidad de sus resultados de las masas extras utilizadas? Si es así, ¿a qué atribuye esto?

Choques inelásticos

1. Compare la cantidad de movimiento del sistema antes y después de la explosión y compruebe si ésta se conserva, dentro de los límites del error experimental.
2. Explique si en este experimento se conserva o no la energía cinética.
3. ¿Depende la calidad de sus resultados de las masas extras utilizadas? Si es así, ¿a qué atribuye esto?
4. Enumere posibles fuentes de error en estos experimentos.

15. Momento de inercia

15.1 Objetivos

1. Determinar el momento de inercia de un disco y de una barra.
2. Estudiar cómo el momento de inercia de una masa puntual depende de la distancia con el eje.

15.2 Introducción

La inercia es la capacidad de un cuerpo de mantener su estado de movimiento o que es lo mismo, la resistencia a cambiar su estado de movimiento. La masa es la medida de la inercia de un cuerpo cuando se trata de un movimiento traslacional. En el caso de un movimiento rotacional este papel lo juega una magnitud que se llama momento de inercia (I). Para un mismo objeto, puede ser más difícil hacer que este gire con respecto a alguno de sus ejes principales. Por ejemplo, si tuviéramos una varilla larga, sería más fácil hacer que esta gire cuando esta tiene una posición vertical que cuando esta está en una posición horizontal (ver figura 9.1).
Aunque la masa y la forma es la misma, en cada una de las situaciones la distribución de la masa con respecto al eje es diferente. Observe que en el caso de la varilla vertical, la mayor parte de la masa está cerca del eje de rotación (línea punteada). En el caso de la varilla horizontal, gran parte de la masa se encuentra a mayor distancia del eje. Este detalle es lo que hace que al aplicar torques iguales, sea menor la aceleración angular en el caso de la varilla en la posición horizontal.

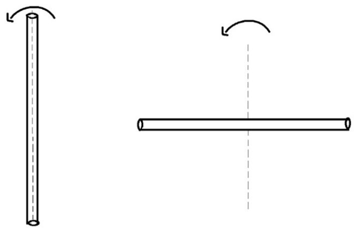


Figura 15.1: Varilla vertical vs varilla horizontal

La fórmula para encontrar el momento de inercia de un punto material de masa m justamente toma en cuenta la distancia entre el punto material y el eje de rotación (r):

$$I = mr^2 \tag{15.1}$$

En el caso de una distribución continua de masa (un objeto rígido), se debe sumar el aporte de todos los puntos materiales que conforman el objeto. Por esa razón se necesita calcular la siguiente integral:

$$I = \int r^2 dm \tag{15.2}$$

En esta práctica se analizará una barra, un disco y una barra con masas puntales a diferentes distancias del eje.

Para el caso de una barra de masa M y longitud L, cuando la barra está en posición horizontal y el eje de rotación pasa por su centro (ver figura 15.2), el momento de inercia es:

$$I = \frac{1}{12}ML^2 \tag{15.3}$$

Para una barra de masa M y longitud L, con 2 masas extras de masa m, ambas a una distancia d del eje, el momento de inercia será:

$$I = \frac{1}{12}ML^2 + 2md^2 \tag{15.4}$$

Para un disco de masa M y radio R, con un eje de rotación que pasa por su centro y perpendicular al plano del disco, el momento de inercia es:

$$I = \frac{1}{2}MR^2 \tag{15.5}$$

En esta práctica vamos a determinar el momento de inercia tanto con las fórmulas anteriormente expuestas, como con la siguiente relación:

$$rF = I\alpha \tag{15.6}$$

Esta fórmula es el análogo de la segunda ley de Newton para el caso de movimiento rotacional. Torque (rF – brazo por fuerza) es igual a momento de inercia por aceleración angular.

La aceleración angular la vamos a determinar con un sensor de rotación y la fuerza la vamos a generar con una polea con un peso, lo que hará girar el cuerpo en estudio.

15.3 Equipo

- Prensa de mesa
- Varilla
- Rotational Motion Accessorry Kit
- Sensor de rotación
- Vernier

- Balanza
- Regla de 1 m
- Porta masas y masas diferentes
- Hilo
- Interfaz Vernier
- Programa Logger Pro

15.4 Procedimiento

Configuración inicial

1. Conectar la polea a la junta y después al sensor de rotación tal y como se muestra en la figura 15.2.

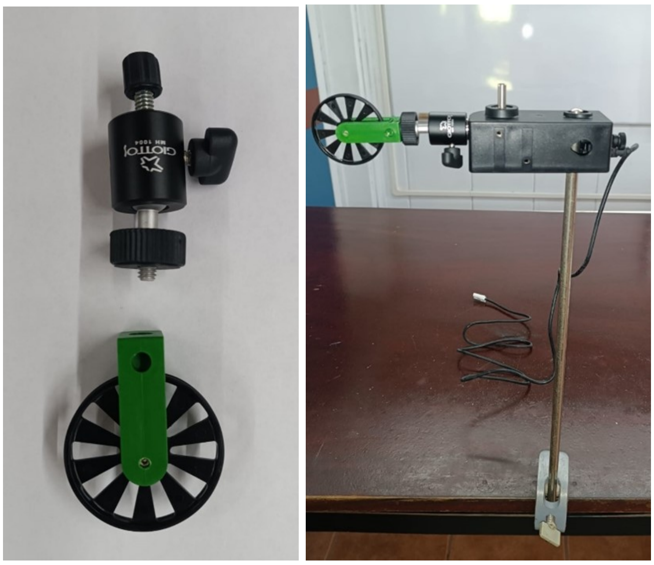


Figura 15.2: Polea y junta

2. En el sensor de rotación ajustar el disco de plástico y atar un hilo a este disco (en el carril de mayor radio), hilo que va a la porta masas (ver figura 15.3). Tenga en cuenta que el hilo que va de la polea al disco de plástico tiene que ser tangente a este (la polea también se va a encontrar en una posición tangencial con respecto al disco). Para lograr esto la junta se puede ajustar en diferentes posiciones.

Figura 15.3: Sensor de rotación

3. Sobre el disco de plástico colocar ya sea la barra metálica o el disco metálico. Estos se ajustan con un tornillo (ver figura 15.4).

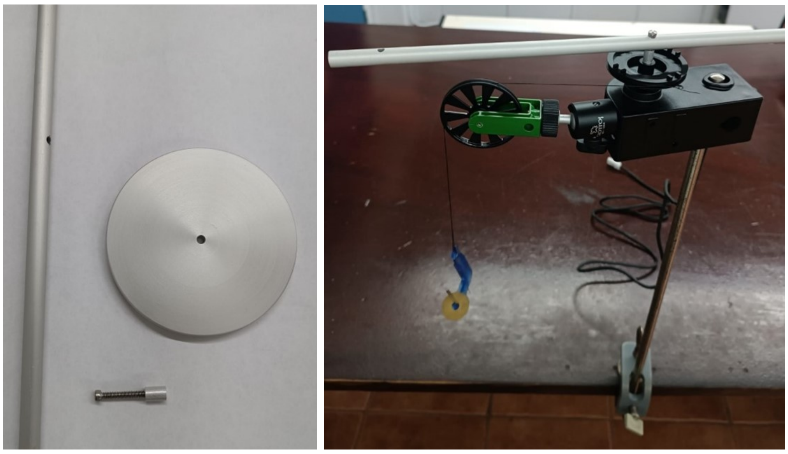


Figura 15.4: Ajuste de objeto de estudio

4. El cable del sensor de rotación conectarlo en el puerto “Dig 1” de la interfaz Vernier. Conectar la interfaz a la computadora y abrir el programa Logger Pro. En el programa Logger Pro, si no aparece un gráfico de aceleración, se puede presionar el eje del gráfico de “ángulo” y escoger aceleración en lugar de ángulo.
5. Para tomar datos se deja caer la porta masas y se presiona “tomar datos”. Nos interesa la parte del gráfico donde la aceleración es constante (o aproximadamente constante). Esta región concuerda con el cambio lineal de la velocidad angular (ver figura 5). Para encontrar el promedio de la aceleración, al seleccionar la región en cuestión, se presiona el botón “Estadística”. Si el valor es negativo, tómelo como positivo, el signo solo nos dice si el sistema gira a favor o en contra de las manecillas del reloj.

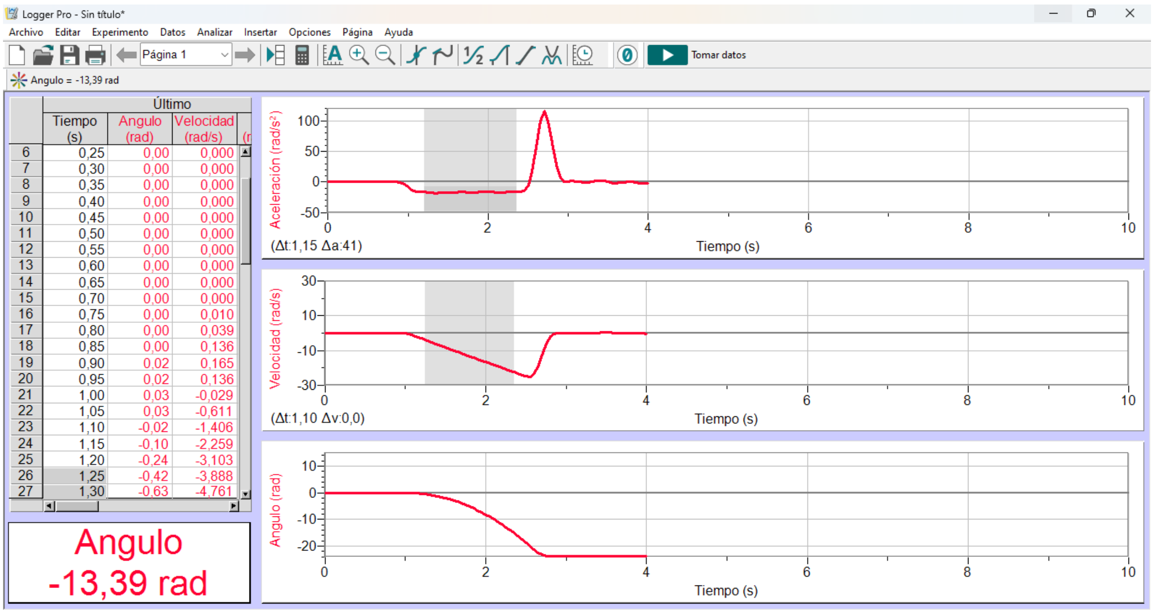


Figura 15.5: Logger Pro

Parte 1

1. En esta parte vamos a medir las dimensiones y la masa de la barra y del disco para poder determinar el momento de inercia de estos utilizando las fórmulas 15.3 y 15.5.

Tabla 1. Momentos de inercia

Barra		
Masa (kg)	Longitud (m)	I (kg m^2)

Disco		
Masa (kg)	Radio (m)	I (kg m^2)

2. Determine la incertidumbre de los momentos de inercia encontrados.

Parte 2

1. Ahora vamos a medir el momento de inercia de la barra y del disco estudiando el efecto que tiene un torque sobre su rotación. Mida el radio del carril donde se enrolla el hilo en el disco de plástico. Este valor será el brazo del torque.
2. Ajuste el cuerpo en estudio (la barra o el disco) sobre el disco de plástico, ajustándolo con el tornillo. En la porta masas poner una masa de 2 ó 3 gramos (de esta manera la aceleración no va a ser demasiado grande).
3. Mida la aceleración angular 5 veces para la barra y 5 veces para el disco y llenar la tabla 2.

Tabla 2. Aceleración angular

	α_1 (rad/s^2)	α_2 (rad/s^2)	α_3 (rad/s^2)	α_4 (rad/s^2)	α_5 (rad/s^2)	α_{prom} (rad/s^2)	$\Delta\alpha$ (rad/s^2)
Barra							
Disco							

4. Calcular el momento de inercia de la barra y del disco utilizando la fórmula 15.6. Encuentre también la incertidumbre de esta medición.

Parte 3

1. Ahora vamos a determinar el efecto que tienen masas puntuales sobre el momento de inercia al agregarlas a la barra. Para esto vamos a poner las dos masas a los dos lados de la barra y medir la aceleración angular como en la parte dos.
2. Primero mida la masa de los pesos que vamos a agregar.
3. Ponga ambas masas de tal manera que sus centros se encuentren a 7 centímetros del eje de rotación (una masa de cada lado de la barra, como en la figura 15.6).

Figura 15.6: Barra con masas

4. Deje caer la porta masas con 2 ó 3 gramos y mida la aceleración angular 5 veces tal y como lo hizo en la parte 2. Llene la tabla 3.

Tabla 3. Aceleración angular con masas puntuales.

Posición (cm)	α_1 (rad/s^2)	α_2 (rad/s^2)	α_3 (rad/s^2)	α_4 (rad/s^2)	α_5 (rad/s^2)	α_{prom} (rad/s^2)	$\Delta\alpha$ (rad/s^2)
7							
9							
11							
13							
15							

5. Desplace 2 cm hacia afuera las masas y repita el punto 4.
6. Repita el punto 5 hasta que tenga 5 posiciones diferentes para las masas (ver figura 15.7).

Figura 15.7: Barra con masas

7. Determine el momento de inercia de cada configuración utilizando la fórmula 15.6. Anótelo en la tabla 4.

Tabla 4

Posición (cm)	I (kg m^2)
7	
9	
11	
13	
15	

15.5 Análisis de Resultados

1. Determine el porcentaje de error para los momentos de inercia de la barra y del disco, calculados utilizando las fórmulas 15.3 y 15.5, y calculados utilizando la relación 15.6. Tome el primero como el valor teórico.
2. Realice un gráfico del momento de inercia de la barra con masas en función de la distancia entre estas y el eje de rotación. No olvide pasar las distancias a metros.

3. Como el gráfico anterior no es lineal, vamos a linealizarlo graficando ahora el momento de inercia en función de las distancias al cuadrado. Realice un ajuste lineal para el gráfico obtenido.
4. Explique el significado físico de los parámetros del ajuste y compárelos con los valores reales. ¿Qué tanto coincidieron?

16. Conservación de Momentum Angular

16.1 Objetivos

1. Medir la velocidad angular en función del tiempo con el sensor de rotación de Vernier.
2. Analizar las gráficas $\theta \quad vrs \quad t$ y $\omega \quad vrs \quad t$, antes y después de los cambios en el momento de inercia para calcular los promedios de las velocidades.
3. Determinar el efecto de los cambios en el momento de inercia sobre el momento angular del sistema.

16.2 Introducción

En física, las leyes de conservación desempeñan un papel fundamental, ya que de ellas se derivan numerosas consecuencias que permiten comprender y predecir diversos fenómenos naturales y situaciones de la vida cotidiana. Una de las más importantes es la ley de conservación del momento angular, la cual establece que, en ausencia de torques o fuerzas externas, el momento angular total (L) de un sistema permanece constante. Matemáticamente, esta ley se expresa como:

$$L = I_i \omega_i = I_f \omega_f, \tag{16.1}$$

Donde I es el momento de inercia del objeto y es la velocidad angular del sistema. En este experimento, se examinará cómo responde el momento angular de un sistema en rotación a los cambios en el momento de inercia, I.

16.3 Equipo

- Computadora
- Kit de accesorios de movimiento rotacional Vernier
- Sensor de movimiento rotacional Vernier
- Balanza
- Logger Pro o aplicación LabQuest

- Soporte vertical o varilla con base
- Interfaz de recolección de datos Vernier

16.4 Procedimiento

1. Monta el sensor de movimiento rotacional en la varilla de soporte vertical. Coloca la polea de tres pasos en el eje giratorio del sensor, de modo que la polea más grande quede arriba.
2. Mida la masa y el diámetro externo e interno del disco de acero y colóquelo sobre la polea, además ponga una tapa negra con un agujero sobre el disco. Asegure el disco sobre la polea con el tornillo largo (ver Figura 1).

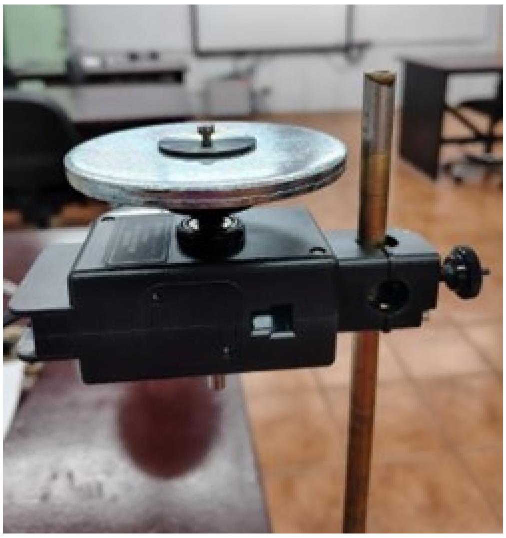


Figura 16.1: Sensor de rotación y cilindro de acero

3. Conecta el sensor a la interfaz de recolección de datos y abre el programa correspondiente. La configuración predeterminada es adecuada para este experimento.
4. Haz girar el disco de acero a una velocidad razonablemente alta y comienza la recolección de datos. Observa que la velocidad angular disminuye gradualmente durante el intervalo de tiempo. Reflexiona sobre por qué ocurre esto. Guarde los datos.
5. Obtén el segundo disco de aluminio del kit de accesorios; determina su masa y diámetro. Coloca este disco (con los tapones de corcho hacia abajo) sobre el tornillo que sostiene el primer disco a la polea. Practica dejar caer el segundo disco sobre el primero minimizando el torque aplicado al sistema (ver Figura 2).

Figura 16.2: Dejando caer el disco

6. Haz girar el primer disco rápidamente como antes y comienza a recolectar datos. Después de unos segundos, deja caer el segundo disco sobre el primero y observa los cambios en las gráficas $\theta \quad vrs \quad t$ y $\quad \omega \quad vrs \quad t$. Guarde los datos.
7. Marque sobre la gráfica la región, antes de introducir el segundo disco en el sistema, donde la velocidad angular no cambia y presione el ícono de estadísticas para que se despliegue el valor promedio de la velocidad angular inicial. Anote el valor en la tabla 1.

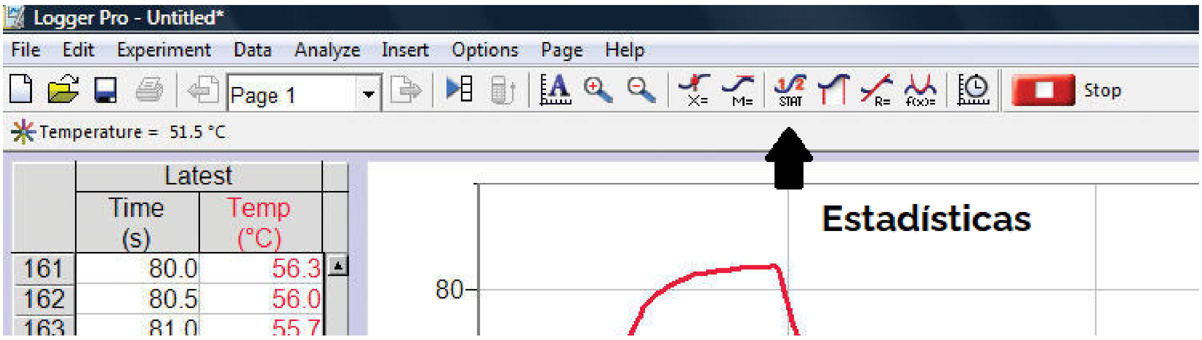


Figura 16.3: Icono de estadísticas.

8. Marque sobre la gráfica la región, después de introducir el segundo disco en el sistema, donde la velocidad angular no cambia y presione el ícono para que se despliegue el valor promedio de la velocidad angular final. Anote el valor en la Tabla 1.
9. Repite los pasos 6-8, pero inicia con una velocidad angular diferente en cada turno.

16.5 Resultados

Cuadro 16.1: Velocidad angular del sistema

Velocidad angular inicial ω_i (rad/s)	Velocidad angular Final ω_f (rad/s)

Cuadro 16.2: Momento Angular antes y después de dejar caer el segundo disco.

L_i (kgm^2rad/s)	δL_i	L_f (kgm^2rad/s)	δL_f	$L_f - L_i$

16.6 Análisis de Resultados

1. Determine los valores de I para tus discos de aluminio. Dado que el disco de acero tiene un gran orificio central, trátalo como un tubo cilíndrico. Usa la expresión correspondiente para determinar el valor de I del disco de acero.

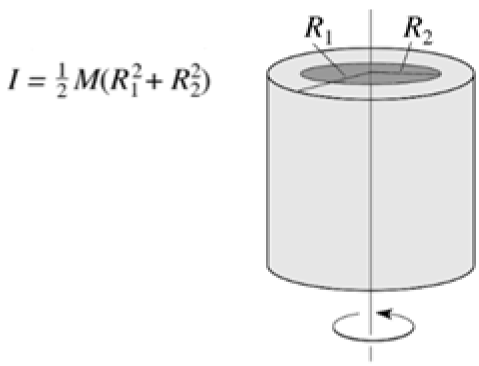


Figura 16.4: Momento de inercia de un cilindro hueco

2. Realice un gráfico de 1 en función de 2. Agregue una línea de mejor ajuste, anote la ecuación

y el valor del coeficiente de correlación. ¿Qué significado físico tienen la pendiente y la intersección de la recta?

3. El momento angular L de un sistema en rotación es el producto de su momento de inercia I y su velocidad angular ω. Determine el momento angular del sistema antes y después de dejar caer el segundo disco de aluminio sobre el primero. Calcule el porcentaje de diferencia entre estos valores. Anote sus resultados en la Tabla 2.
4. Calcule la incertidumbre de L para antes y después de dejar caer el cilindro.

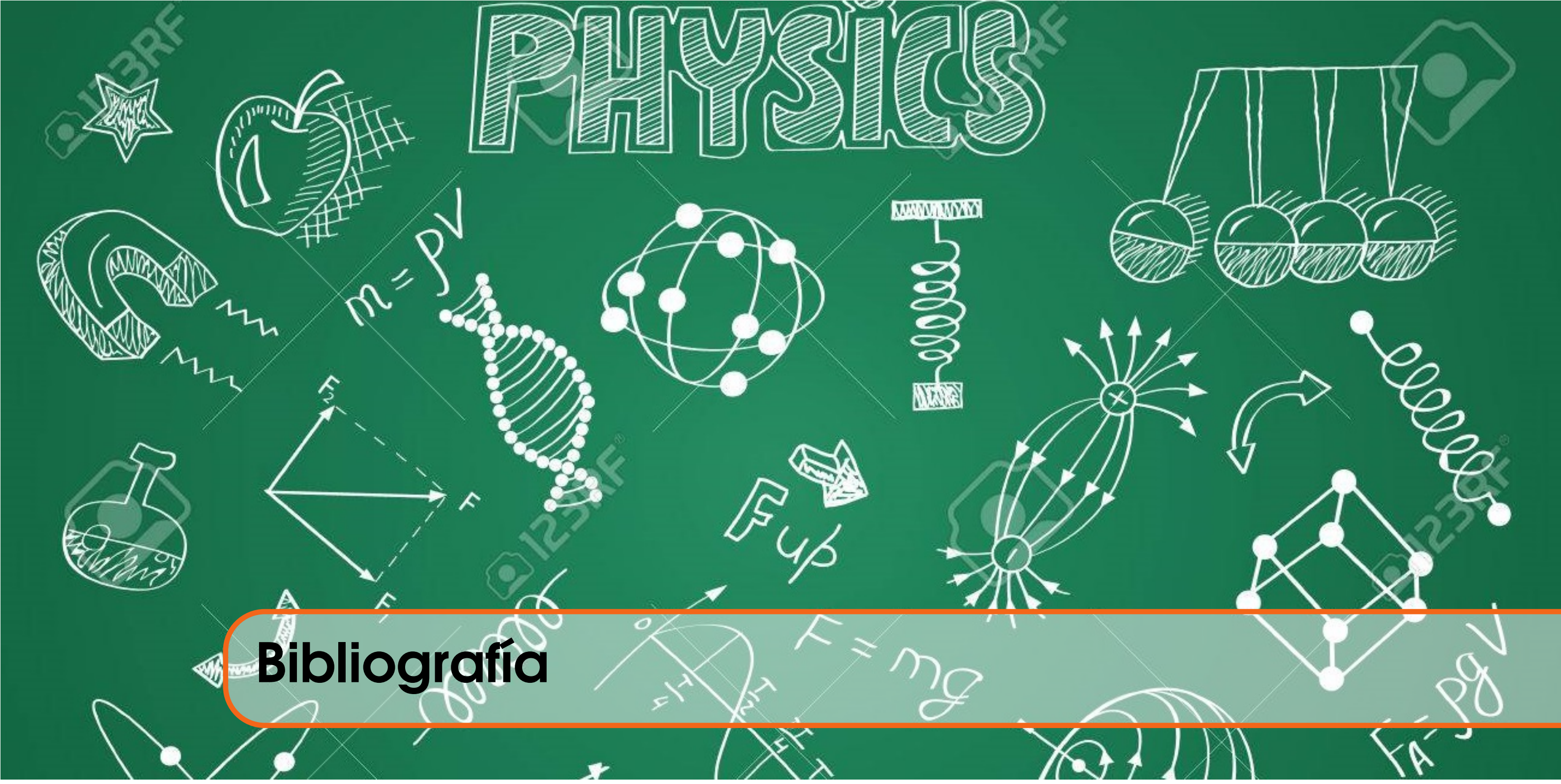
$$\delta L = I \quad \delta_{inst}\omega + \omega \quad \delta I, \tag{16.2}$$

$$\delta I = \frac{1}{2} \quad \delta m \quad R^2 + mR \quad \delta R, \tag{16.3}$$

5. ¿Qué parte de la diferencia en el momento angular antes y después de aumentar la masa puede atribuirse a pérdidas por fricción? Usa la tasa inicial de cambio de ω y el intervalo de tiempo entre las dos lecturas para determinar $\Delta\omega$ debido solo a la fricción.
6. Mencione las fuentes de error del experimento.

16.7 Trabajo Extra

1. En este experimento, el momento de inercia del sistema rotacional se cambió agregando masa. ¿De qué otra forma podría cambiarse el momento de inercia?
2. Considera un ejemplo fuera del laboratorio y explica cómo ese cambio en I produce un cambio en ω.



Bibliografía

[1] Raul Betancurt Lopéz, Silvia Chacón Barrantes, Laura Rojas Rojas, David M. Chacón Obando, Willian Alfaro Moya. *Manual de Laboratorio de Física I, FIX- 410 L.* Universidad Nacional, Costa Rica, 2008.

[2] Salazar J.P. *Guía de Laboratorio para Geógrafos.* Universidad Nacional, Costa Rica, 2009.

[3] Loría, L y Figueroa, R. *Manual de Laboratorio, Laboratorio I.* Escuela de Física, Universidad de Costa Rica, 2009.

[4] Fernando Ureña Elizondo. it CARTILLA DE LABORATORIO BFIS - 01 FISICA I. Universidad Latina. Costa Rica, 2007.

[5] Gil Salvador. it Experimentos de Física usando las TIC y elementos de bajo costo. Marcombo Editores, España, 2015.

[6] J. Leopoldo Esquivel, Jorge A. Bolívar Sánchez y William Eduardo Vargas. *Manual de prácticas: Laboratorio de Física I.* Escuela de Física, Universidad de Costa Rica, 1989.

[7] Ann Hanks, Jon Hanks, Eric Ayars, Alec Ogston. *Instruction Manual and Experiment Guide: PAScar Dynamics System ME-6955* PASCO scientific. Roseville, California. Estados Unidos.

[8] Ann Hanks, Jon Hanks *Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model ME-8950A: COMPLETE ROTATIONAL SYSTEM* PASCO scientific. Roseville, California. Estados Unidos.

[9] Ann Hanks, Jon Hanks *Instruction Sheet: Photogate Head ME-9498A* PASCO scientific. Roseville, California. Estados Unidos.

[10] Ann Hanks, Jon Hanks *Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model ME-9215B: PHOTOGATE TIMER* PASCO scientific. Roseville, California. Estados Unidos.

[11] Scott K. Perry, Dave Griffith *Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model ME-9430: Dynamics Cart with Mass* PASCO scientific. Roseville, California. Estados Unidos.

[12] Ann Hanks, Jon Hanks *Instruction Manual: Projectile Launcher ME-6800, ME-6801* PASCO scientific. Roseville, California. Estados Unidos.

[13] Ann Hanks, Jon Hanks *Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model ME-8930: SMART TIMER* PASCO scientific. Roseville, California. Estados Unidos.