Vol. 24, N° 55, (23-47), EISSN: 1409-1070, enero-junio, 2019
www.revistas.una.ac.cr/economia

APÉNDICE

Ejercicio hipotético: Dinámica de la convergencia-divergencia

El propósito del siguiente ejercicio hipotético es mostrar la dinámica de la convergencia-divergencia innata a los procesos de producción y distribución según el modelo de crecimiento económico propuesto en la presente investigación; no abarca de manera explícita los apartados quinto y sexto. A efectos de facilitar su comprensión se indica el desarrollo del ejercicio el número de las funciones y ecuaciones utilizadas. Al equiparar las funciones (15) y (37) resulta $[2f(\alpha\acute{\mathrm{r}}) = 2f[(\dot{\mathrm{r}}, k)\mathrm{rß}]]$ y dado $(\acute{\mathrm{r}} = \dot{\mathrm{r}}, k)$ resulta $(\alpha = \mathrm{rß})$. La función (37) contiene α dado $\pi = \frac{\alpha}{1-\alpha}$ conforme a la ecuación (12), tal que por la ecuación (36) $\left[\frac{\alpha}{1-\alpha} = \frac{ß}{1-ß}\omega\right]$. Por la ecuación (10), $(1 - \mathrm{rß}) = \left(\frac{S}{Y}\right)$ y, si persiste la equidad, $rß = \left(\frac{S}{Y}\right)$ para que $(1 - rß) = rß$ y $\left[1 = \mathrm{rß} + \mathrm{rß} \therefore \mathrm{rß} = \frac{1}{2}\right]$, y $\left[\alpha = rß = \frac{1}{2}\right]$; o, por la ecuación (13): $\alpha = \frac{\pi}{1+\pi}$ y en equidad $\left[\pi = \frac{\acute{\mathrm{s}}}{\acute{\mathrm{r}}} = 1\right]$ por lo que $\alpha = \frac{1}{2}$. Se computa en (15) $\lambda = 2f\left(\frac{1}{2}\acute{\mathrm{r}}\right)$ y resulta convergencia y divergencia con equidad. En contraste con Piketty, es posible calcular ß, y por su medio α, si $(\mathbf{r})$ es un dato y es medible $(\acute{\mathrm{r}} = \dot{\mathrm{r}}, k)$.

Al suponer $(\dot{\mathrm{r}}, \dot{\mathrm{s}}) = 0; \pi = \mu$ y $\mu = \frac{\text{ß}}{1-\text{ß}}\omega \therefore \text{ß} = \frac{\mu}{\omega+\mu}$ y $\omega = \frac{\mathrm{r}}{\mathrm{s}}$ tal que $\text{ß} = \frac{\mu \mathrm{s}}{\mathrm{r}+\mu \mathrm{s}}$, la posibilidad de la divergencia con inequidad es aún notable. Sea $(\mu = 1; \mathrm{r} = \mathrm{s})$ para que $\left(\frac{\text{ß}}{1-\text{ß}} = 1 \therefore \text{ß} = \frac{1}{2}\right)$ o bien $\left(\text{ß} = \frac{\mathrm{r}}{\mathrm{r}+\mathrm{r}} \therefore \text{ß} = \frac{1}{2}\right)$. Ejemplo: $\mathrm{r} = 0.3$ – esto es, $\mathrm{r} = 30\%$ – tal que $\left(\text{ß} = \frac{0.3}{0.3+0.3} = \frac{1}{2}\right)$ y así $\left[\alpha = r\text{ß} \therefore \alpha = (0.3)\left(\frac{1}{2}\right) = 0.15\right]$. Si $[(k = n) = 0.01;\ \mu = 1]$, por la función (31) se computa $\lambda = \left[(0.01)\ (0.3)\ (\tfrac{1}{2})\ ; (0.01)\ (1 - \tfrac{1}{2})\ (0.3)\right] \cong 0.0015 + 0.0015 \cong 0.003$. Por la función (15) $[\lambda = 2f(\alpha\acute{r}) \therefore \lambda = 2(0.15)(0.01)] = 0.003$, y por la función (37) se obtiene $\lambda = 2f\left[(0.01)(0.3)(\tfrac{-}{2})\ \right] = 0.003$. En convergencia ocurre divergencia con equidad si $[\alpha = \mathrm{r}\text{ß} = (1 - \text{ß})\mathrm{s}]$ tal que $\left[\alpha = (0.3)\left(\frac{1}{2}\right) = \left(1 - \frac{1}{2}\right)(0.3) = 0.15\right]$.

Además, $\left(\pi = \frac{\alpha}{1-\alpha} \therefore \pi = \frac{0.15}{1-0.15} \therefore \pi = 0.1765 = 17.65\%\right)$ es la fracción del crecimiento del valor de ($\boldsymbol{Y}$) que recibirá el capital y $[(1 - \pi) = (1 - 0.1765) \cong 0.8235 = 82.35\%]$ corresponde al trabajo; se refleja convergencia en la producción y divergencia con equidad en la distribución de ($\boldsymbol{Y}$). Por la función (15) $[\lambda = 2(\alpha\acute{r}) \therefore \lambda = 2(0.15)(\dot{\mathrm{r}}, k)]$ y dado $[\dot{\mathrm{r}} = 0; (k = n) = 0.01]$ resulta $[\lambda = 2(0.15)(0.01) \therefore \lambda = 0.003]$, lo mismo que con las funciones (31) y (37). ¿Cómo se distribuye el crecimiento del valor de producción? La síntesis de los fenómenos convergencia y divergencia consiste en: Primero, *la productividad* de los recursos se evalúa como $[\lambda = \lambda_K + \lambda_T \therefore \lambda = 0.0015 + 0.0015 = 0.003]$. Segundo, *la distribución* del producto se calcula como $[\lambda = \bar{\lambda}_K + \bar{\lambda}_T]$, donde $[\bar{\lambda}_K = \pi\lambda \therefore \bar{\lambda}_K = (0.1765)(0.003) \therefore \bar{\lambda}_K \cong 0.0005295]$ y $[\bar{\lambda}_T = (1 - \pi)\lambda \therefore \bar{\lambda}_T = (0.8235)(0.003) \therefore \bar{\lambda}_T \cong 0.002471]$ de manera que $[\lambda = \bar{\lambda}_K + \bar{\lambda}_T \therefore \lambda \cong 0.0005295 + 0.002471 \therefore \lambda \cong 0.003]$.

La transferencia de valor de producción entre los recursos por el mecanismo de distribución se obtiene como sigue: $[\bar{\lambda}_K - \lambda_K = 0.0005295 - 0.0015 \cong -0.0009705]$ indica que el ingreso relativo del capital es menor que su productividad relativa y $[\bar{\lambda}_T - \lambda_T = 0.002471 - 0.0015 = 0.0009705]$ refleja que el ingreso del trabajo es mayor que su contribución relativa al producto. En la economía no se pierde nada, puesto que el producto marginal que un recurso recibe como excedente en la forma de ingreso, corresponde al producto marginal no retribuido como ingreso a otro u otros recursos.

Al insertar $\mathrm{r}K = v\mathrm{s}T$ según ecuación (34) en la función (30) resulta $Y = F(v\mathrm{s}T, \mathrm{s}T) \therefore Y = F(v, 1)\mathrm{s}T$, y al derivar e insertar las definiciones previas se obtiene:

$$\lambda = f[(\acute{\upsilon} v); (v, 1)(\dot{\mathrm{s}}, n)]\mathrm{s}(1 - \text{ß})$$

Con esa función se computa, según ejercicio anterior: $\left[0.003 = [(v, 1)(0.01)](0.3)\left(\frac{1}{2}\right) \therefore 0.003 = [(v, 1)(0.01)](0.15) = 0.02 = (v, 1)(0.01) \therefore v = \mu = 1\right]$ y $(\jmath = v = 1)$. La ecuación (44) evalúa la magnitud y dirección del cambio en $\boldsymbol{v}$, y dado $(\dot{\mathrm{r}}\ \dot{\mathrm{s}}) = 0; (k = n) = 0\ 01 \therefore j = 0$, por la ecuación anterior $\acute{\upsilon} = 0$; es decir, $(v = \jmath)$ no varían. Se comprueban estos resultados por $\frac{\lambda_T}{\lambda_K} = 1$, que explica igual productividad de los recursos, acorde a la convergencia en la composición. En contraste, $\frac{\bar{\lambda}_T}{\bar{\lambda}_K} = \frac{0.002471}{0.0005295} = 4.667$, lo que denota divergencia con equidad en la distribución de ($\boldsymbol{Y}$). El ingreso relativo del trabajo supera su productividad relativa: $(\bar{\lambda}_T > \lambda_T \therefore 0.00261 > 0.0015)$ o bien que $\frac{\bar{\lambda}_T}{\lambda_T} \therefore \frac{0.002471}{0\ 0015} = 1.65$ veces y para el capital $(\bar{\lambda}_K < \lambda_K \therefore 0.0005295 < 0.0015)$ en razón de $\frac{\bar{\lambda}_K}{\lambda_K} \therefore \frac{0.0005295}{0.0015} = 0.35$ veces. En una economía, la divergencia en la distribución del valor de producción podría ser congruente con la convergencia en la composición de los recursos.

Si en esa economía sucede un cambio en la viabilidad tecnológica tal que $\left(k = 1\frac{1}{5}n \therefore \mu = \frac{n}{1\frac{1}{5}n} = \frac{5}{6} \cong 0.8\overline{3}\right)$ y $[(\acute{r} = k, \dot{r} = 0); (\acute{s} = n, \dot{s} = 0)] \therefore \left[(r = s): (\acute{r} > \acute{s}) \therefore \frac{\acute{r}}{\acute{s}} = \frac{0.012}{0.01} = 1.2\right]$ para que $\left[\text{ß} = \frac{\mu s}{r+\mu s} \therefore \text{ß} = \frac{\left(\frac{5}{6}\right)(0.3)}{(0.3)+\left(\frac{5}{6}\right)(0.3)} \therefore \text{ß} \cong 0.45\overline{45}\right]$ y $\left[j = \left(1\frac{1}{5}n - n\right) = 0.2n\right]$; ($\boldsymbol{J}$)se desplaza verticalmente.

Además $\alpha = (0.3)(0.45\overline{45}) \cong 0.1364$ es menor respecto de la situación precedente. Por la función (31): $\lambda = [(0.012)(0.3)(0.45\overline{45}); (0.01)(1 - 0.45\overline{45})(0.3)] \cong 0.001636 + 0.001636 \cong 0.003273$;idéntico resultado se obtiene con las funciones (15) y (37). La productividad neta del trabajo crece en $[\acute{y}_T = |\lambda_T - n| \therefore \acute{y}_T = |0.0015 - 0.01| = 0.0085] \to [\acute{y}_T = |0.001636 - 0.01| = 0.00864]$ y su contribución relativa al ingreso en $\left[\frac{\lambda_T}{(\dot{s},n)} = \frac{0.0015}{0.01} = 0.15\right] \to \left[\frac{0.001636}{0.01} = 0.1636\right]$. La productividad neta del capital se eleva en $[\acute{y}_K = |\lambda_K - k| \therefore \acute{y}_K = |0.0015 - 0.01| = 0.0085] \to [\acute{y}_K = |0.001636 - 0.012| = 0.0104]$ y su contribución relativa al ingreso cae en $\left[\frac{\lambda_K}{(\dot{r},k)} = \frac{0.0015}{0.01} = 0.15\right] \to \left[\frac{0.001636}{0.012} \cong 0.1364\right]$.

En convergencia ocurre divergencia: $\alpha = r\text{ß} < s(1 - \text{ß})$ para que $[\alpha = (0.3)(0.45\overline{45}) \cong 0.1364 < (0.3)(1 - 0.45\overline{45}) \cong 0.1636]$; lo que es lo mismo: $\left[\frac{\lambda_K}{(\dot{r},k)} = 0.1364 < \frac{\lambda_T}{(\dot{s},n)} = 0.1636\right]$.

Además, $\pi = \frac{0.1364}{1-0.1364} \cong 0.1579 \cong 16\%$ del valor de $(\mathbf{Y})$ para el capital y $(1 - \pi) = (1 - 0.1579) \cong 0.842 \cong 84\%$ para el trabajo. *La distribución* del crecimiento de ($\boldsymbol{Y}$) es $[\lambda = \bar{\lambda}_K + \bar{\lambda}_T \therefore \lambda \cong 0.0005168 + 0.002756 \therefore \lambda \cong 0.003273]$. La *transferencia* de valor de producción entre los recursos se computa como $[(\bar{\lambda}_K - \lambda_K) = -0.00112;\ \bar{\lambda}_T - \lambda_T = 0.00112]$, y se logra equilibrio entre el crecimiento del producto y su distribución o bien que prevalece la convergencia y divergencia con equidad. Por la ecuación (44), $[\acute{v} = 0.002 = j]$ y $(\boldsymbol{v})$ se desplaza proporcional a $(\mathbf{J})$, por encima del instante inicial. Por la función anterior: $0.003273 = [(0.002v); (v,1)0.01](0.3)(0.45\overline{45}) \therefore \left[v \cong 1.2 = \frac{\acute{r}}{\acute{s}} = \mathrm{J}\right]$.

La mejora en la viabilidad tecnológica y aumentos proporcionales de la tasa de retorno y del salario respecto de la tasa de inversión en capital e incremento en el trabajo respectivamente, elevan la participación del trabajo en el crecimiento del producto y reducen proporcionalmente la del capital. La divergencia operaría como mecanismo inherente de la convergencia para la consecución de la equidad (Figura 2).

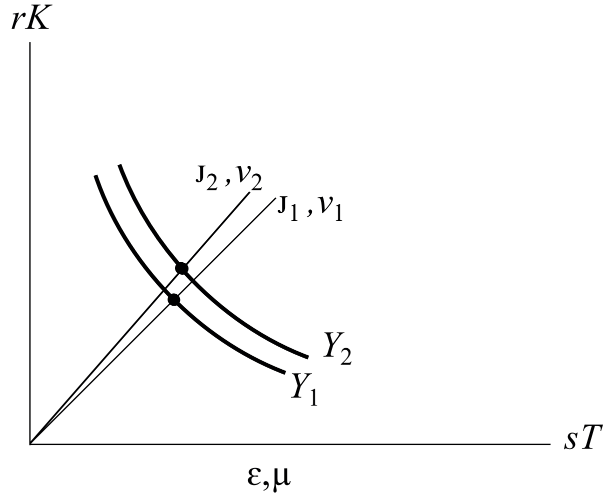

Figura 2. Convergencia y divergencia con equidad. Nivel y distribución de $\boldsymbol{Y}$ dado $\left(\mu\colon \mu = 1 \to \mu = \frac{5}{6}\right); \left(ß\colon ß = \frac{1}{2} \to ß = 0.4\overline{545}\right)$ y su efecto en $\boldsymbol{v}, \mathbf{J}$.

En la Figura 2, la equidad surge porque la elasticidad-de-distribución del crecimiento del valor de producción converge con el cambio en la elasticidad-de-composición de los recursos *ceteris paribus*: $\left(\pi = \frac{\dot{s} + 0.01}{\dot{r} + 0.012} > \mu = 0.8\overline{3}\right) \therefore (\alpha < ß)$. El valor de (μ) se indica por la pendiente de las curvas de valor de producción (Y_1, Y_2), mientras el valor π se mide por la distancia entre ambas curvas en los puntos de corte de los vectores $(J_1, v_1 \to J_2, v_2)$. Si en esa economía sucede, en un instante posterior al cambio en la viabilidad tecnológica, un alza en el salario *ceteris paribus*, aumenta el costo de producción. El efecto de $\acute{S}$ es, *ceteris paribus*, estimular una *re-distribución* de (Y), alterando el proceso de convergencia y divergencia con equidad.

Si $[\acute{s} = 0.005 \therefore \dot{s} = (\acute{s} - n), ; (n = 0) \therefore \dot{s} = \acute{s} = 0.005]$
, al evaluar en la ecuación (33), sin $|valor\ absoluto|$ del indicador,
$\left[ß = -\frac{(\dot{s}, n)s}{(\dot{r}, k)r;(\dot{s}, n)s} \therefore ß = -\frac{\dot{s}s}{\dot{r}r;\dot{s}s} \therefore 0.4\overline{545} = -\frac{(0.005)(0.3)}{\dot{r}(0.30),(0.005)(0.3)} \therefore \dot{r} = -0.006\right]$ y
$[(\dot{r} = \acute{r} - k);\ (k = 0) \therefore (\dot{r} = \acute{r} = -0.006)]$ y resulta de esa acción $[\acute{s} = 0.005 > \acute{r} = -0.006]$.

Por la función (31) – o (37) –:

$\left[\lambda = f\left[(-0.006)\left(0.4\overline{545}\right)(0.3); (0.005)(0.3)\left(1 - 0.4\overline{545}\right)\right] \therefore \lambda = -0.0008181 + 0.0008181 = 0 \therefore \lambda = f(0) = 0\right]$.

Variaciones en $(\acute{s}\ \acute{r})$ no afectan la productividad de los recursos, $(\lambda_K, \lambda_T) = 0$, pero sí su distribución. El cambio en el retorno no tiene impacto en los costos, pero el ingreso del trabajo es a la vez costo del trabajo. $(\acute{s}, \acute{r})$ *ceteris paribus* provocan una disminución de $r: [r_2 = r_1(1 - 0.006) = 0.3(1 - 0.006) = 0.2982]$ y $\alpha = (0.2982)(0.4545) \cong 0.1355$, o bien:
$\alpha_3 = \alpha_2 - 0.0008182 \therefore \alpha_3 = 0.1364 - 0.0008182 \cong 0.1355$ y $\pi \cong 0.1567$.

Respecto de la situación previa la distribución del crecimiento del valor de producción es:

$[\tilde{\lambda}_K = \pi\lambda = (0.1567)(0.003273) = 0.0005129;\ \tilde{\lambda}_T = (1 - \pi)\lambda = (0.8433)(0.003273) = 0.00276]$.

La transferencia de valor de producción es $[\tilde{\lambda}_K - \lambda_K \cong -0.001123;\ \tilde{\lambda}_T - \lambda_T \cong 0.001123]$. Ocurre divergencia con inequidad; el capital registra una pérdida de retorno equivalente al exceso de ingreso del trabajo.

Por la ecuación (44) $\acute{\upsilon} = (-0.006 - 0.005) \therefore \acute{\upsilon} = -0.011$ y se registra un movimiento descendente de v sobre la curva $(\boldsymbol{Y})$ y su magnitud del valor indicada por el signo negativo (-). La oscilación de v se traza por debajo de la ruta previa al alza en el salario e indica una distorsión en la divergencia, al inducir inequidad (Figura 3).

Por la función (11)
$[\lambda = f[(0.1364)(-0.006), (1 - 0.1364)(0.006)(0.1579)] \therefore \lambda = -0.0008181 + 0.0008181 = 0]$.

La función (11) oculta la diferencia efectiva en la magnitud de $(\acute{s}, \acute{r})$, no así la dirección inversa; son variables mutuamente dependientes e inclusivas, y reflejan sus oscilaciones sobre la curva de (Y), congruente con la función (31). La divergencia con inequidad emerge cuando la elasticidad-de-distribución crecimiento del valor de producción no converge con el cambio en la elasticidad-de-composición de los recursos *ceteris paribus*.

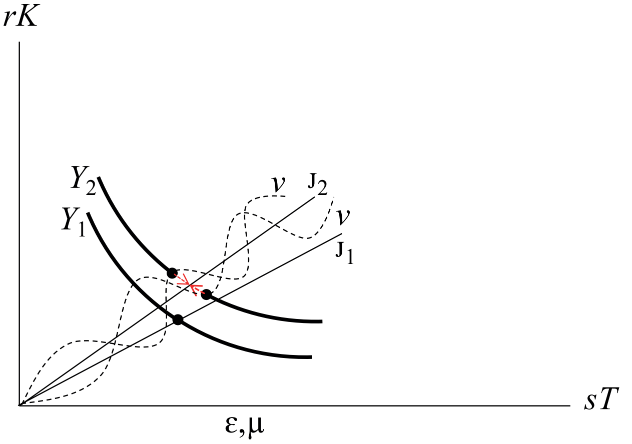

Figura 3. Convergencia y divergencia con inequidad. Oscilación de $\boldsymbol{v}$ en torno a J dado $\left(\mu: \mu = 1 \rightarrow \mu = \frac{5}{6}\right)$; $\left(ß: ß = \frac{1}{2} \rightarrow ß = 0.45\overline{45}\right)$; $(\dot{r} = -0.006, \acute{s} = 0.005)$.