Uniciencia Vol. 36(1), pp. 1-19, January-December, 2022
www.revistas.una.ac.cr/uniciencia
revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470

Conocimiento especializado para la enseñanza a través de la formulación de problemas en educación infantil

Teachers' specialized knowledge through problem posing in pre-school education

Conhecimento especializado para o ensino por meio da formulação de problemas na educação infantil

Juan Pedro Martín-Díaz [1], **Miguel Montes** [1,*]

Received: Oct/9/2021 • Accepted: Dec/11/2021 • Published: Jun/01/2022

Resumen

La formulación de problemas como actividad genuinamente matemática es una fuente inagotable de alternativas en el aula. Son muchos los autores que indican la importancia de esta práctica, así como instituciones como el *National Council of Teaching of Mathematics*. Pretendemos, a través de un estudio de caso, evidenciar las características del conocimiento movilizado por una maestra, al implementar una sesión de este tipo en 4 años de educación infantil, con énfasis en el conocimiento que usa para la planificación y puesta en práctica de la sesión. Para ello, utilizamos fragmentos de la grabación de la sesión de aula, acompañado de una entrevista posterior a la informante, con el objetivo de corroborar la información identificada durante el análisis de los datos extraídos de la sesión. El carácter específico matemático de esta actividad nos lleva a utilizar el modelo MTSK (*Mathematics Teaching Specialized Knowledge*) como referente para analizar el conocimiento especializado que una maestra de educación infantil moviliza durante una práctica de aula. Esta práctica se compone de dos tareas, ambas creadas y diseñadas por la maestra informante. Los resultados muestran aspectos relacionados con el MK (*Mathematical Knowledge*), pero, sobre todo, un predominio del PCK (*Pedagogical Content Knowledge*) evidenciándose, la importancia de este conocimiento en la etapa de educación infantil para implementar una sesión de formulación de problemas.

Palabras clave: conocimiento profesional, formulación de problemas, educación infantil, MTSK.

Abstract

Problem posing, as a genuinely mathematical activity, provides an inexhaustible source of alternatives in a classroom. Many authors, as well as institutions such as the National Council of Teachers of Mathematics, highlight the importance of this mathematical practice. With this case study, we intend to demonstrate the characteristics of the type of knowledge used by a teacher when implementing this type of session in 4-year-olds, with an emphasis on the knowledge used for planning and putting the session into practice.

Juan Pedro Martín-Díaz, juan.martin@ddcc.uhu.es, https://orcid.org/0000-0001-6522-824X
Miguel Montes, miguel.montes@ddcc.uhu.es, https://orcid.org/0000-0003-3181-0797
* Corresponding author
1 Departamento de Didácticas Integradas, COIDESO, Universidad de Huelva, Huelva, Spain.

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470
CC: BY-NC-ND

We used fragments of the session's recording, as well as a subsequent interview with the informant, in order to corroborate the information identified during the data analysis. The specific mathematical nature of this activity leads us to use the MTSK model (Mathematics Teachers' Specialized Knowledge) as a reference to analyze the specialized knowledge that a pre-school teacher uses during a classroom practice. This practice is comprised of two tasks, both created and designed by the informant teacher. Results show aspects of knowledge related to MK (Mathematical Knowledge), but, above all, PCK (Pedagogical Content Knowledge) predominance, evidencing the importance of this type of knowledge in early childhood education to implement a problem posing session.

Keywords: Professional knowledge; problem posing; early childhood education; MTSK.

Resumo

A formulação de problemas como atividade genuinamente matemática é uma fonte inesgotável de alternativas na sala de aula. São muitos os autores que indicam a importância desta prática, como também instituições como o *National Council of Teaching of Mathematics*. Objetivamos, por meio de um estudo de caso, evidenciar as características do conhecimento impulsionado por uma docente ao implementar uma sessão desse tipo em 4 anos de educação infantil, com ênfase no conhecimento que usa para o planejamento e a aplicação da sessão. Para isso, utilizamos fragmentos da gravação da sessão da aula, acompanhados de uma entrevista posterior da informante, com o propósito de corroborar a informação identificada durante a análise dos dados extraídos da sessão. A natureza matemática específica desta atividade nos leva a usar o modelo MTSK (*Mathematics Teaching Specialized Knowledge*) como referente para analisar o conhecimento especializado que uma docente de educação infantil mobiliza durante uma prática de aula. Esta prática está composta por duas tarefas, ambas criadas e desenhadas pela docente informante. Os resultados mostram aspectos relacionados com o MK (*Mathematical Knowledge*), mas, sobretudo, um predomínio do PCK (*Pedagogical Content Knowledge*), evidenciando a importância desse conhecimento na etapa de educação infantil para implementar uma sessão de formulação de problemas.

Palavras-chave: conhecimento profissional, formulação de problemas, educação infantil, MTSK.

Introducción

La formulación de problemas ha sido objeto de atención desde la investigación en educación matemática durante varias décadas (Pólya, 1954; Kilpatrick, 1987; Singer, Ellerton, Cai, 2015; Felmer, Pehkonen, Kilpatrick, 2016). Esta actividad es una práctica estrechamente ligada a la construcción de las matemáticas como ciencia, así como al aprendizaje de la disciplina, formando parte del currículo en algunos países del mundo (Cai, Hwang, Jiang, y Silber, 2015) y con potencial para mejorar las habilidades de resolución de problemas, proporcionando una mayor confianza, o favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático del formulador (Cai y Cifarelli, 2005; English, 1998; Silver, 1994, 1997).

Sin embargo, no se suele trabajar en las clases de la asignatura de matemáticas en educación primaria (Cai y Hwang, 2021). Esto se acentúa en educación infantil, una etapa donde el alumnado aún se encuentra en edades comprendidas entre los 3 y los 5 años, hecho que puede suponer que los docentes tiendan a pensar que la formulación de problemas no se encuentra

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470
CC: BY-NC-ND

entre las actividades matemáticas que puedan ser asumibles por niños de esta edad, dada su complejidad.

El hecho de que el profesorado no encuentre la formulación de problemas como una actividad adecuada para niños de educación infantil puede deberse a múltiples aspectos relacionados con el conocimiento para impartir sesiones basadas en la formulación.

Cankoy y Darbaz (2010), reconocieron en sus investigaciones que los maestros tenían estas dificultades; por su parte, Barlow y Cates (2006), identificaron que la falta de conocimiento podría afectar a los profesores a la hora de impartir una sesión a través de la formulación de problemas.

Desde el punto de vista de la investigación en educación infantil, Björklund, Heuvel-Panhuizen y Kullberg (2020), en una revisión bibliográfica extensa, indica que las indagaciones que refieren al alumno se centran tanto en su conocimiento como en la conceptualización y el desarrollo de posibles trayectorias de aprendizaje para diversos conceptos.

Sin embargo, cuando la mirada se fija en el maestro, las investigaciones se centran de manera general en qué oportunidades ofrece a los alumnos para mejorar la calidad del aprendizaje. No se mencionan, en dicha revisión, análisis relacionados con el conocimiento del profesor de matemáticas, o con la formulación de problemas en el aula.

Estos dos temas no carecen de interés en educación infantil; por ejemplo, Muñoz-Catalán, Liñán y Ribeiro (2017), profundizan en el riesgo que corren los docentes de esta etapa de caer en prácticas y actividades de tipo memorísticas si no se reflexiona en profundidad sobre las tareas a ser implementadas, antes de ser llevadas al aula.

En particular, la formulación de problemas supone una alternativa a estas prácticas tradicionales, que potencia habilidades del alumno como la creatividad (Singer, Ellerton y Cai, 2013); además, numerosos autores la consideran como una parte necesaria en el aprendizaje de las matemáticas, el corazón de esta disciplina (Sengul y Katranci, 2012), e incluso Kojima, Miwa y Matsui (2015) la califican como el núcleo de la actividad, al proporcionar habilidades para la resolución de problemas.

En este análisis, asumimos que la formulación de problemas podría centrar el trabajo matemático en un aula de educación infantil (Martín-Díaz, Montes, Codes, y Carrillo, 2020), y, desde esa postura, nos preguntamos: ¿qué conocimiento moviliza el docente en una sesión de formulación de problemas?, con el objetivo de identificar elementos que puedan ayudar a fomentar el trabajo basado en la formulación de problemas en las aulas. Para dicha identificación de elementos, utilizaremos el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas −en adelante MTSK− (Carrillo, *et ál*., 2018).

Así, describiremos en primer lugar los referentes teóricos relacionados con la formulación de problemas. A continuación, presentaremos el modelo MTSK con el que analizaremos el conocimiento especializado de una maestra de educación infantil. Posteriormente, tras analizar los datos extraídos de una sesión de aula y de una entrevista, mostraremos los resultados obtenidos de la investigación, para finalizar presentando las conclusiones, centrándonos en el potencial de la formulación de problemas, y en cómo esta puede ser tenida en cuenta a la hora de organizar los programas de formación de profesorado de infantil.

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470

Marco teórico

Esta investigación se sustenta en dos grandes pilares teóricos, la formulación de problemas, y el conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Así, nos centramos en el primero como actividad y dinámica de aprendizaje del contenido de esta disciplina. Posteriormente, profundizaremos en el modelo MTSK, que constituye la herramienta teórico-analítica que nos permite ahondar en las distintas naturalezas del saber matemático involucrado en la gestión de tareas de formulación de problemas.

Formulación de problemas

En este estudio, la formulación de problemas matemáticos es entendida en el sentido de Cai y Hwang (2021), como la actividad donde un alumno o maestro expresa un problema matemático basado en un contexto particular, la enunciación de este puede estar basada, según Silver (1994), en reformular otros problemas a partir de una situación dada.

Siguiendo a Einstein e Infeld (1938), una de las potencialidades de asignaturas como ciencias o matemáticas radica en llegar a formular problemas, esto se basa en que el avance científico se ha producido de forma habitual, a través de ello, lo que permite responder a preguntas cada vez más complejas (frente a otras como historia o literatura, por ejemplo). Sin embargo, históricamente, la resolución de problemas ha tenido mucho más protagonismo en las aulas que su formulación, en contradicción con lo expresado en documentos curriculares, tales como el NCTM (2000), donde se remarca su importancia.

Desde el *National Council of Teachers of Mathematics* (2000), así como distintos currículos nacionales (e. g. Italia, China, EE. UU.), se indica que el aprendizaje de las matemáticas debe vehicularse a través de la resolución de problemas, introduciendo una serie de habilidades que los alumnos deben desarrollar.

Entre ellas, se encuentran, por ejemplo: construir nuevo conocimiento a través de la formulación, resolver problemas en diferentes contextos, aplicar y adaptar distintas estrategias de resolución y monitorear el proceso (NCTM, 2000). Si bien esta serie de habilidades están relacionadas con la resolución, también pueden ser objetivos de aprendizaje aplicados a la formulación de problemas.

Así, a pesar de ser una actividad considerada importante desde hace varias décadas (Pólya, 1954; Kilpatrick, 1987), la formulación de problemas continúa abordándose con poca frecuencia, debido entre otras cuestiones, a las dificultades que acarrea tanto para profesores como para estudiantes, su puesta en práctica (Singer, Ellerton, y Cai, 2015).

Desde el punto de vista del valor que tiene la formulación de problemas para el profesorado de matemáticas, destaca su potencial para estimar qué nivel de desempeño pueden llegar a alcanzar sus estudiantes (Barlow y Cates, 2006). Extrapolado a la etapa de educación infantil, esto supone una herramienta potente, dado que los alumnos de esta etapa cuentan con un rango de respuestas mayor a los de edad más avanzada, debido al amplio uso de conocimiento de índole informal para dar respuesta a los problemas que se le presentan en el aula (Baroody, 1994; Gasteiger y Benz, 2018).

Por su parte, Buschman (2003), indica que los maestros saben que tienen una gran variedad de materiales disponibles en el aula que pueden ser fácilmente, adaptados

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470
CC: BY-NC-ND

para provocar un aprendizaje. Sin embargo, son pocos los docentes que se embarcan en esta adaptación del material fomentando en sus alumnos el aprendizaje a través de la formulación de problemas.

Desde el NCTM (2000), se indica que los docentes deberían ser competentes para formular problemas, de cara a utilizarlos en el aula con sus alumnos, así como para preparar y gestionar tareas; el simple hecho de trabajar a través de ello puede resultar útil, para el profesor, para comprender el conocimiento y el aprendizaje de su alumnado (Cai y Howson, 2013; Silver, 1994). En ese sentido, Chang (2007), plantea que trabajar la resolución o formulación de problemas en edades tempranas es un desafío por abordar.

Por otro lado, desde el punto de vista del valor para el alumnado, la formulación de problemas es una actividad que supone una desviación sobre las actividades que habitualmente, se realizan en el aula, la cuales están consideradas como una "tarea abierta", cuya demanda cognitiva asociada es alta (Silver, 1994) y que supone por tanto, un reto para los estudiantes, pudiendo implicar múltiples soluciones y permitiendo desarrollar habilidades matemáticas, tales como la creatividad, la flexibilidad y el razonamiento lógico o asociado al contenido tratado (Leikin y Elgrably, 2019); además, puede ayudarlos a adquirir, comprender y promover nuevas ideas (Brown y Walter 2004; Van Harpen y Presmeg 2013).

Conocimiento especializado

En este trabajo utilizaremos el modelo MTSK (Carrillo *et ál*., 2018) como herramienta para analizar y describir el conocimiento del profesor (Carrillo *et ál*., 2018). Este modelo, inspirado en los trabajos de Shulman (1986), y Ball *et ál*. (2008), asume una visión intrínseca de la idea de especialización del docente, y se desarrolla como una herramienta analítica que permite explorar con detalle el conocimiento que moviliza al desarrollar cualquier actividad profesional ligada a la enseñanza de la matemática, como pudiera ser la preparación de clases o la gestión de tareas, entre otras.

El modelo MTSK conserva la distinción entre los dominios de Conocimiento Matemático (MK) y Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK) propuesta por Shulman (1986). Estos a su vez se descomponen en subdominios para caracterizar y operativizar con precisión el análisis del conocimiento especializado de los docentes. Asimismo, se consideran las creencias como elementos que condicionan y permean el conocimiento, si bien no serán objeto de análisis en este trabajo.

Desde la perspectiva del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el saber profesional constituye una red estructurada que sigue sus propias reglas (Carrillo *et ál*., 2018). El conocimiento matemático abarca tanto lo relativo a definiciones y propiedades como la comprensión de las reglas y las características, y puede dotar al educador de herramientas para planificar e implementar sesiones centradas en este contenido, así como reflexionar posteriormente, sobre ellas o gestionar situaciones de contingencia que se produzcan.

Así, el primero de los dominios, relativo al conocimiento matemático, contempla tres subdominios: conocimiento de los temas, conocimiento de la estructura de las matemáticas y conocimiento de la práctica matemática. Cada uno de estos subdominios, a su vez, incluye distintas categorías de análisis o indicadores.

En primer lugar, el Conocimiento de los Temas (KoT) abarca qué sabe y con qué profundidad conoce los contenidos matemáticos

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470
CC: BY-NC-ND

útiles para enseñar (Carrillo *et ál*., 2018). Este subdominio contempla no solo conocimiento de las matemáticas formales, sino también de las escolares como, por ejemplo, las distintas características estructurales de problemas de estructura multiplicativa.

Este subdominio contempla cuatro categorías: procedimientos, que incluye el conocimiento sobre las rutinas, o los algoritmos matemáticos. Definiciones propiedades y fundamentos, que tiene aspectos como, por ejemplo, conocer los elementos que conforman la definición de un objeto matemático concreto, así como diferentes resultados matemáticos asociados a un concepto. Registros de representación, que se refiere a los saberes del profesor sobre las diferentes formas en las que se puede representar un tópico. Fenomenología, que incluye los conocimientos vinculados a dar sentido a un determinado contenido en un contexto concreto y que permiten al docente generar situaciones, donde dicho contenido se relacione, por ejemplo, con las experiencias cercanas al alumno.

Por otro lado, el subdominio del Conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM) engloba aquellos saberes sobre las conexiones y las relaciones que existen entre diferentes objetos o elementos. Este conocimiento permite a los docentes comprender conceptos avanzados desde una perspectiva elemental y viceversa, promoviendo la comprensión de distintos contenidos no como elementos sin relación, sino como objetos profundos y coherentemente interrelacionados.

Estas conexiones pueden ser de Simplificación cuando se relacionan contenidos con otros anteriores o de Complejización cuando un profesor relaciona contenidos que está enseñando con contenidos curricularmente posteriores (Montes, Carrillo, Contreras, 2013). También, pertenecen a este subdominio las Conexiones auxiliares, que se dan, por ejemplo, cuando el profesor instrumentaliza un concepto para ayudar en la comprensión de otro. Por último, un docente puede conocer y usar Conexiones transversales, aquellas derivadas del uso de objetos matemáticos subyacentes a varios contenidos en distintos bloques curriculares, como la proporcionalidad o el infinito.

Por último, dentro del MK se encuentra el subdominio del Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) que incluye el conocimiento sobre las características de la actividad; por ejemplo, demostrar, definir, justificar o ejemplificar, como herramientas sintácticas (Schwab, 1978), así como una compresión de los fundamentos lógico-matemáticos que sustentan todas estas prácticas.

Este subdominio contiene también conocimiento acerca de los procesos propios de la resolución y la formulación de problemas, como estrategias y heurísticos, además tiene un grado de consolidación teórica menor al resto, pero se han desarrollado indicadores que permiten aproximarse a su comprensión: Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos. Formas de validación y demostración; papel de los símbolos y uso del lenguaje formal. Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas. Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación). Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones (Carrillo *et ál*., 2018).

El modelo MTSK contempla el dominio de conocimiento didáctico del contenido (PCK), este es, desde Shulman (1986), el saber más cercano y ligado a la práctica de aula. En el modelo MTSK también

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470

se reconoce la importancia de ese conocimiento didáctico. Sin embargo, se exige que exista cierta relación con el contenido matemático para ser considerado dentro del modelo de acuerdo con la visión intrínseca de la especialización usada.

Dentro del modelo MTSK, en el PCK se organiza tres subdominios, uno centrado en el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, otro en las características del aprendizaje, y un tercero, en los estándares de aprendizaje de la matemática, que se refiere tanto al conocimiento sobre aspectos curriculares como al que debe aprender el estudiante.

El subdominio del Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) engloba aquellas teorías, recursos, estrategias, etc., relacionadas con el saber y el aprendizaje de esa disciplina que el profesor pueda conocer y usar para organizar la lección de un determinado contenido.

Este subdominio contiene tres categorías: Recursos materiales y virtuales, que abarca el conocimiento sobre el potencial de instrumentos, objetos o juegos, entre otros, que un profesor emplea para facilitar el aprendizaje matemático de su alumnado. Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos que engloba conocimientos sobre la selección de métodos, ejemplos o tareas, útiles para la enseñanza de determinados conceptos. Por último, la que engloba teorías sobre la enseñanza de la matemática, que pueden ser formales o informales.

En segundo lugar, el subdominio denominado Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM), contiene aquellos elementos del saber del profesor acerca del pensamiento, forma de actuar y procesos de comprensión de los estudiantes. Este es el conocimiento dedicado a anticipar respuestas de los alumnos ante un determinado constructo o situación matemática.

En este subdominio se definen cuatro categorías: Teorías sobre el aprendizaje que pueden ser adquiridas a partir de la experiencia del profesor o mediante, por ejemplo, la literatura de investigación. Fortalezas y dificultades que se refiere al conocimiento de los puntos fuertes y débiles de los alumnos al tratar con un contenido matemático. Formas de interacción, que engloba saberes tanto sobre los procesos y estrategias, como sobre el vocabulario, representaciones o gestos que pueden utilizar los estudiantes al trabajar con un contenido particular. Por último, la categoría de Aspectos emocionales del aprendizaje de la matemática, vinculada al saber del educador sobre los distintos aspectos afectivos que median en los procesos de aprendizaje.

Por último, el subdominio del Conocimiento de los estándares de aprendizaje de matemáticas (KMLS), abarca el saber referido a aspectos curriculares de la enseñanza de las matemáticas, ya sean aquellos contemplados en el currículo oficial como en los diversos elementos que organizan qué se debe aprender, cómo, y en qué orden.

Este subdominio se organiza en tres categorías diferentes: Expectativas de aprendizaje, que es aquel conocimiento sobre lo que se espera que el alumno puede aprender en un determinado nivel. Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado, que se refiere al conocimiento sobre la profundidad en la que un contenido debe ser presentado en un determinado nivel. Secuenciación con temas anteriores y posteriores, que es aquel conocimiento referido a la organización temporal del contenido.

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

Metodología

Esta investigación, que forma parte de un proyecto más amplio, se ha desarrollado siguiendo el paradigma interpretativo (Bassey, 1999), debido a que nos acercamos al foco de estudio tratando de comprenderlo desde la pretensión de entender y dar sentido desde la investigación a una situación real. Así, nos aproximamos a la comprensión de los datos a través de un enfoque cualitativo, basado en un estudio de caso instrumental (Stake, 2006).

Participantes y contexto

Se ha seleccionado a Rosa como informante de la investigación por su pertenencia a un proyecto de investigación colaborativa (en adelante PIC), compuesto por un grupo de personas con varios perfiles dedicados a distintos niveles de la educación: maestros de educación infantil y primaria, profesores de secundaria, universitarios formadores de maestros y estudiantes de máster y doctorado. No solo tienen un interés común en la mejora de la enseñanza, sino que, además, todos muestran una preocupación por conocer, analizar y perfeccionar su docencia en cuanto a la matemática se refiere.

De los integrantes del PIC, se seleccionó a Rosa por su constante voluntad de actualizar sus conocimientos, así como por ser una maestra que trabaja la formulación de problemas en su aula, ella es preocupada por sus alumnos, así como por realizar actividades no rutinarias, que fomentan el razonamiento y la reflexión. Tiene formación (inconclusa) en la licenciatura de matemáticas y es diplomada en educación primaria, sin embargo, ante la posibilidad de trabajar en educación infantil, decidió ejercer su docencia en esta etapa.

La pertenencia al PIC de Rosa hace que esté en contexto, lo que fomenta una evolución profesional constante, que le permite poner en práctica actividades y contenidos que, según declara, si no estuviera en el grupo, no se animaría a realizar. Para ella, la formulación de problemas, además de ser una actividad novedosa aplicada a cualquier nivel educativo, le parecía inicialmente un reto, de cara a su aplicación a un aula de educación infantil.

En este sentido, el PIC propuso dedicar un año del proyecto a indagar sobre la formulación de problemas para que posteriormente, Rosa diseñase una sesión para llevar a su aula, y reflexionar sobre la implementación. Tanto Rosa como otros integrantes del grupo realizaron lecturas relacionadas con la formulación de problemas, pero encontraron dificultades para encontrar documentos que se relacionasen directamente con la etapa de educación infantil. La novedad que suponía tanto para ella como para el resto de integrantes del PIC el diseñar una sesión de estas características supuso un añadido de motivación para Rosa.

En cuanto al nivel seleccionado para implementar la sesión de formulación, se escogió un grupo de 20 alumnos de 4 años de educación infantil dirigido por la maestra mencionada anteriormente, del colegio público en el que desempeña su actividad laboral. Esta elección supuso un reto añadido para el PIC, debido a que, habitualmente, no se suele trabajar la formulación de problemas en el aula y mucho menos en edades tan tempranas. Sin embargo, de cara a la investigación, resulta interesante conocer aspectos del conocimiento que también, puedan resultar especialmente, idiosincráticos al contexto de educación infantil.

Una vez Rosa diseñó la sesión sobre formulación de problemas y la presentó al

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470

grupo, se realizó una simulación de la primera parte de la sesión con el objetivo de realizar una previsión de cómo reaccionarían los alumnos y qué necesitaba conocer Rosa para dar respuesta a sus inquietudes. Posteriormente, la sesión fue llevada al aula para su puesta en práctica.

Métodos

En este estudio nos centraremos en analizar el conocimiento especializado que Rosa movilizó, por un lado, en la sesión de aula y, por otro , el empleado en el diseño de las tareas. Para ello, la implementación de la sesión fue audiograbada y transcrita para, posteriormente, ser analizadas usando las categorías del modelo MTSK (Carrillo, Climent *et ál*., 2018; Carrillo, Climent, Contreras y Montes, 2019). Asimismo, con el objetivo extraer conocimiento del diseño de las actividades, realizamos una entrevista a la informante, que también fue grabada.

Para la codificación de los datos, utilizaremos (A) para referirnos a los alumnos, independientemente de quien intervenga, dado que no es el foco de estudio en este trabajo, ni aporta información adicional, (R) para Rosa y (E) para el entrevistador. El estudio se desarrolla a través de un análisis de contenido (Krippendorf, 2018), que fue validado a través de la triangulación por expertos (Flick, 2007).

Análisis

Este apartado de análisis se presenta siguiendo la línea temporal de la sesión implementada, la cual tiene dos partes diferenciadas por dos tareas diferentes, por lo que separaremos el estudio en dos.

Antes de comenzar con el análisis de los dos momentos de la sesión, pasamos a describir en qué consisten cada una de ellos. En el primero, Rosa distribuye a sus alumnos en asamblea para, mediante la ayuda de un mural (figura 1), tratar de que formulen un problema matemático (R: vamos a pensar en problemas que pueda haber aquí). Este mural se compone de varios elementos familiares para el estudiante y así contribuir a que alcancen el objetivo de la formulación.

Durante el segundo momento de la sesión, los alumnos se enfrentan de nuevo al reto de formular un problema, pero, en esta ocasión, deberán hacerlo a través de diferentes contextos creados por Rosa (figura 1).

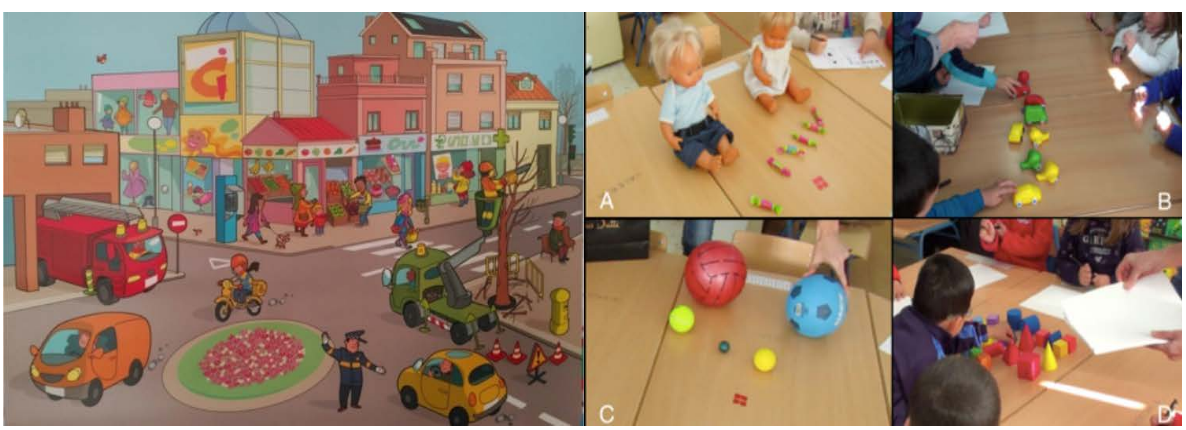

Figura 1. *Mural y escenarios diseñados.*
Fuente propia de la investigación.

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470

Análisis de la primera tarea

Un aspecto que se repite con frecuencia en la sesión es el afán de Rosa por conseguir que sus alumnos se familiaricen con determinados elementos de vocabulario matemático, así como de utilizar términos precisos a la hora de, por ejemplo, describir el mural. Un ejemplo de esto se puede observar cuando Rosa le preguntó a un estudiante dónde se hallaba un objeto:

R: Venga, ¿tú qué ves, Ángel?
A: Yo veo un bombero… con una escalera.
R: ¿Dónde está el bombero?
A: Ahí.
R: Ahí, no (no lo considera una respuesta válida), ¿dónde está?: en la derecha o en la izquierda, arriba o abajo.
A: Abajo.
R: Abajo, ¿en la derecha o en la izquierda?
A: En la izquierda.
R: En la izquierda [señalando un lugar con su puntero que no corresponde con el mencionado].
A: No, ahí, ¡ahí!
R: ¿Un poquito dónde?
A: Más arriba.
R: Un poquito más arriba… vale.

A través de este diálogo se puede evidenciar que Rosa conoce que sus alumnos simplemente señalan con el dedo cuando se les pregunta sobre la ubicación de un elemento (KFLM: formas de interacción), además, se aprecia cómo moviliza conocimiento sobre la dificultad de sus estudiantes para describir la posición de un objeto y cómo utilizando la estrategia (KMT: estrategias, técnicas tareas y ejemplos (ETTE)) de situar su puntero en un sitio que no corresponde con el del indicado, hace que el niño necesite precisar el lenguaje utilizando palabras que le permitan identificar la ubicación (izquierda, derecha, arriba o abajo). Además, la intención de Rosa de promover el uso de este lenguaje, hace que también se evidencie conocimiento de los temas (KoT) al buscar términos matemáticos precisos a través de registros.

Posteriormente, Rosa trató de que sus alumnos realizasen una observación del mural desde el punto de vista de la geometría, esto se evidencia en preguntas sobre formas (cómo es esa señal de tráfico, o qué forma tiene ese elemento), esto no solo muestra un conocimiento de los temas sobre geometría (KoT: formas y representaciones de formas geométricas) sino que también pone de manifiesto que Rosa piensa que sus alumnos pueden llegar a identificar las formas y, además, formular problemas relacionados con la geometría (KMLS: nivel esperado).

A continuación, Rosa manifestó conocimiento sobre una conexión de contenidos matemáticos; se encontraba describiendo el mural, cuando un alumno hizo alusión a unos conos que aparecían, en ese momento, ella percibe que su estudiante describe el objeto como cotidiano y no como matemático, por ello, le pregunta acerca de la forma que tiene:

R: Una señal de peligro ¿Dónde?
A: Ahí.
R: ¿Ahí dónde es?
A: Ahí donde están los conos.
R: ¿Y los conos dónde están?
A: Ahí.
R: Ah. Y, esto entonces, ¿es un cono?
A: Sí.
R: Y, ¿por qué es un cono esto?
A: Porque… para no pasar.
R: Y, ¿qué forma tiene el cono?
A: Como un triángulo.
R: Se dibuja como un triángulo. Pero es verdad, es así como un cucurucho, ¿verdad?

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470

De esta manera, el alumno identifica un cono con una forma triangular en vez de como un objeto matemático en sí mismo. La maestra es conocedora de esta dificultad (KFLM: fortalezas y dificultades) y utiliza un ejemplo que le permite al estudiante ser consciente de qué forma tiene el cono realizando una comparación con otro objeto que resulte familiar para el niño, en este caso, un cucurucho de un helado (KMT: ETTE).

Todo ello es producto de su conocimiento de conexiones matemáticas (KSM: conexión auxiliar). En este caso, Rosa conoce una de las secciones planas del cono y, sabiendo que su alumno puede no tener conocimiento sobre ello, utiliza la estrategia antes mencionada para realizar la explicación.

Posteriormente, Rosa parece intentar que sus alumnos formulen un problema centrado en la identificación de un recorrido. Esto puede evidenciarse en el siguiente fragmento de la transcripción:

R: ¿Qué ves?, ¿ves un coche?
A: Amarillo.
R: ¿Dónde está?
A: Al lado del policía. Le está diciendo que no se puede pasar.
R: ¿Quién le está diciendo que no se puede pasar?
A: ¡El policía!
R: Y ¿por dónde quiere ir?, ¿a qué sitio quiere ir?
A: ¿Quiere ir a comprar?
R: Y entonces, ¿ahora qué hace?, ¿qué pasa?, ¿por dónde tiene que coger?
A: Por aquí.
R: Pero por aquí vienen los coches que vienen por aquí. Pues este coche tiene un problema.

Así, Rosa busca que sus estudiantes, a partir de las interrogantes que realiza, puedan plantearse problemas matemáticos relacionados con la posición y el trayecto a seguir del coche. Esto pone de manifiesto, en primer lugar, un conocimiento de la maestra sobre el tipo de problema que puede llegar a formular su alumnado, en este caso, sobre itinerarios y orientación espacial (KMLS: nivel esperado). Y, por otro lado, ella, hace preguntas como estrategia que permite guiar a los niños hacia el contenido del problema a formular (KMT: ETTE).

Ante las dificultades que atraviesan los alumnos para formular problemas y habiendo emergido otros que no se consideran matemáticos, Rosa propone a sus estudiantes buscar "historias" y "preguntas" que puedan hacerse:

R: Tú tienes que contar una historia y tienes que pensar una pregunta para responderte. Venga, esta persona va con un perro, ¿la pregunta cuál es?
A: Quiere llegar a casa…
R: Y, ¿tú crees que la mujer no sabe cuál es el camino para llegar a su casa?
A: No, el perro…
R: Ah, vale. Y ¿la pregunta cuál es?: ¿por dónde…? ¿Cómo, Juanma?
A: ¿Por qué camino tiene que ir?

Este diálogo muestra, por un lado, una adaptación que Rosa realiza del lenguaje para que sus alumnos entiendan conceptos matemáticos. Así, utiliza la palabra historia para referirse al enunciado del problema, sin que sus estudiantes pierdan esa comprensión y suponiendo una estrategia por parte de la docente (KMT: ETTE).

Además, la maestra parece conocer que sus alumnos tienen dificultades al verbalizar todos los elementos del problema. En este caso, el estudiante parece no formular la pregunta y Rosa, en varias ocasiones,

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470

hace alusión a la interrogante del problema (KFLM: fortalezas y dificultades).

Esto muestra también, de manera trasversal, un conocimiento teórico de Rosa sobre los elementos que debe contener un problema (KoT: definiciones, propiedades y fundamentos). Por último, muestra lo expuesto en la unidad de información anterior, es decir, su afán por tratar de que sus alumnos formulen un problema centrado en la identificación de un recorrido.

Otro aspecto relacionado con el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (estrategias) que la maestra moviliza tiene que ver con el uso de la expresión "¿y si…?", esta la utiliza como táctica que permite a los alumnos extender un problema y formularlo a partir de uno dado (KMT: ETTE). Además, puede entenderse como parte del saber de la práctica al guardar relación con procesos sobre la formulación de problemas (KPM: estos asociados a la resolución como forma de producir).

A continuación, y con el objetivo de mejorar y facilitar la formulación de problemas por parte de sus alumnos, la maestra comenzó a utilizar diferentes estrategias que le permitieran solucionar la dificultad de sus estudiantes para determinar elementos que puedan ser el contexto de la situación, así como sus datos (KFLM: dificultades y obstáculos). En primer lugar, focalizó la atención de sus alumnos en una mujer que se encontraba en el mural debido a que Rosa identifica tres posibles escenarios a partir de las cuales formular un problema matemático:

A: Seguro que es esa mujer, porque lleva una bolsa de todas las cosas.
R: Venga pues invéntate una historia de esta mujer.
A: Quiere ir a un sitio, pero el policía no le deja pasar.
R: Esta mujer quiere ir a todos los sitios, pero el policía no le deja pasar. Ven, fíjate bien, a ver si es que quiere ir o que ya ha ido. Vamos a inventarnos un problema con esta mujer. ¿Empiezo yo? Una mujer va a comprar pan… y, ¿qué pasa? Imagínate que esta mujer es tu mamá y va a comprar pan. Y, ¿qué pasa?
A: Que está cortada la carretera y no se puede pasar.
R: Y, ¿cuál es tu pregunta?
A: ¿Cuántos coches hay?
R: Yo creo que tú has mezclado unos cuantos problemas: uno va a comprar el pan, no puede pasar, ¿cuántos coches hay? Ha sido una mezcla. Vamos a ayudarle con la primera parte. ¿A alguien se le ocurre algo? La mujer va a comprar el pan y qué le pasa al comprar el pan. A ver Nadia, la mujer va a comprar el pan. Y ¿qué le pasa en la tienda del pan?

Esta focalización permite a los alumnos no desviar la atención de un elemento que puede resultar interesante de cara a la formulación de problemas matemáticos (KMT: ETTE). Además, Rosa pretende que la situación sea lo más cercana posible a los estudiantes y, por este motivo, les pide a estos que imaginen que la mujer del mural es su madre (KFLM: formas de interacción). A partir de esta situación que la maestra propone, surge la formulación de un problema:

A: Que la señora ha comprado dos panes y quería comprar tres, porque en la tienda no había.
R: Porque en la tienda no había, ¿qué?
A: Muchos panes.
R: ¿Y la pregunta cuál es? Ha comprado dos y ella quería tres y ¿la pregunta cuál es?

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470

A: ¿Cuántos quedaran en la tienda? Cero
R: Pues cero. Porque quería llevarse tres y como nada más que ha comprado dos, entonces la tienda se quedará con cero. Muy bien.

Nuevamente, se aprecia la dificultad de su alumnado para completar los elementos del problema, en este caso la pregunta, por ello, Rosa vuelve a animarlos a formularla; además, se aprecia que tiene conocimiento sobre cómo interactúan con el contenido. En particular, ella conoce que sus estudiantes realizan restas en la que el minuendo es menor que el sustraendo (2-3=0) debido a que trabajan aún con números naturales (KFLM: formas de interacción).

Otras estrategias que utilizó y que permitió focalizar la atención de su alumnado en un contexto, fue el uso de una palabra determinada, rodear una de las partes del mural y utilizar un elemento matemático como condición en el problema. En este caso, utilizó el vocablo "dentro" para tratar de facilitar la formulación de sus estudiantes ("¿Y si digo yo la palabra dentro y os inventáis un problema?") (KMT: ETTE); rodeó una parte del mural en la que se encontraba un hombre talando un árbol; y sugirió a sus escolares el uso del cuadrado como elemento indispensable para la formulación ("Tienes que pensar un problema donde digas la palabra cuadrado. ¿Se te ocurre algo?").

Al identificar que sus alumnos siguen con problemas para confeccionar el enunciado, Rosa comienza diciendo: "Voy a empezar una historia y vosotros continuáis. Esta mamá, le quiere comprar a su hijo…" (KMT: ETTE). Uno de los estudiantes dice:

A: Solo hay una naranja, una pera, una uva y una manzana. Y el niño solo quiere una de cada caja.
R: Una de cada caja. Y, ¿cuál es la pregunta?
A: ¿Cuántas peras hay?
R: ¿Cuántas peras hay?
A: Cero.
R: ¿Por qué?
A: Porque el niño quiere las cuatro que quedan.
R: Vamos a representarlas [las representa en la pizarra]. Una uva, una pera, una manzana y una naranja. Y, ¿cuál es la pregunta?
A: ¿Cuántas frutas hay? cero (dando respuesta a su propia pregunta).
R: Pero ¿cuántas frutas hay dónde, en la tienda o aquí?
A: Hay cuatro de cada sitio que hay una cosa de fruta.
R: Entonces el niño quiere una de cada una. Entonces sería: ¿cuántos tipos de fruta quiere el niño? O, ¿cuántas se come el niño? 1+1+1+1 Cuántos son? Es igual a 4. ¿Os acordáis que se ponía así? (+) ¿Y si hubiera, por ejemplo, dos manzanas? ¿Cuántos habría aquí? … Pero, quiero escribirlo poquito a poco, ¿aquí cuántas hay?
A: Dos.
R: Más [dibuja el símbolo (+) en la pizarra], ¿cuántas peras hay?
A: Una (apoyándose en representación).

Se aprecia que la maestra conoce que sus alumnos pueden interactuar de esta manera con el contenido debido a que, en múltiples ocasiones, parecen decir incoherencias y, por ello, trata de reorientarlos para llegar a un problema coherente (KFLM: formas de interacción). Conociendo esto, Rosa utiliza una pizarra para representar gráficamente, el problema y así fomentar que sus estudiantes lo visualizaran (KMT: recursos).

Por último, mientras se encontraban formulando un problema sobre prendas de

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470

vestir y su coste, se pone de manifiesto que sus alumnos tienen dificultades al trabajar con el sistema monetario. En ese sentido un estudiante, al Rosa decirle que tiene un billete de 10€ y que las prendas cuestan 10€, le dice que no puede comprarlo todo porque solo tiene “1 dinero”. La maestra identifica esta dificultad de comprensión y vuelve a utilizar la pizarra para explicar la equivalencia (KFLM: fortalezas y dificultades).

Análisis de la segunda tarea

Dada la naturaleza de esta segunda sesión, analizaremos el conocimiento de Rosa sobre la base de la entrevista centrada en el diseño de las actividades planteadas. La maestra creo cuatro escenarios a través de los cuales los alumnos debían formular un problema matemático. El hecho de que se basase en atmósferas determinadas denota un conocimiento sobre teorías de aprendizaje (KMT) ya que, según Silver (1994), la formulación de problemas puede llevarse a cabo a través de situaciones u objetos dados.

La familiaridad que los escenarios puedan tener para los alumnos resulta clave a la hora de diseñar uno por parte de la maestra. De esta manera, se puede observar cómo los cuatro escenarios se basan en objetos conocidos y cercanos a los escolares, así como tener un carácter manipulador que les permita cogerlos, moverlos de posición y realizar otras acciones que faciliten el proceso de construcción de la formulación de un problema.

A continuación, para describir el tipo de problema que la maestra espera que sus alumnos formulen a través de cada uno de los escenarios, es necesario hacerlo en función de cada uno de ellos puesto que, mediante cada atmósfera planteada, la educadora esperaba que sus estudiantes formulasen un tipo diferente de problema:

E: ¿En cada uno de los escenarios se esperaba un tipo de problema concreto?
R: Claro, para tener diferentes tipos de problema.

El primer escenario diseñado consistió en dos muñecos de juguete acompañados de seis caramelos. En este caso Rosa pretendía que sus alumnos llegasen a formular problemas aritméticos entre los que se encontraban divisiones, restas o sumas (“Bueno, yo con este lo que pretendía era que sumaran, restaran o que lo repartieran en partes iguales”).

Esto guarda relación con su conocimiento, en primer lugar, sobre cómo deben ser los recursos aplicables a educación infantil. Rosa utiliza un escenario que para los niños resulta muy natural, y aprovecha esto para crear una atmosfera que represente una situación real (KFLM: intereses y expectativas).

Asimismo, los contenidos para los que habilita el escenario también forman parte del conocimiento de Rosa, en primer lugar, en lo referente al KoT desde el punto de vista de la fenomenología y, por otro lado, desde el punto de vista del PCK en cuanto a contenido abordable por el alumnado de educación infantil (KMLS).

Para confirmar que, efectivamente, la maestra tenía la intencionalidad de que sus alumnos generasen no solo problemas de reparto, le volvimos a preguntar sobre esto. De esta manera confirmamos lo expuesto en el párrafo anterior y la intencionalidad de Rosa de que sus escolares realicen problemas numéricos a través de este escenario:

E: ¿Esperabas siempre [problemas de] reparto?
R: No, y (también) los de sumas y restas del tipo: se comen tantos. O: una

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470

> amiga tiene cuatro y otra tiene dos, ¿cuántas tienen entre las dos? Yo vi ese (escenario) para que surgieran problemas numéricos.

El segundo escenario empleado por Rosa consistía en cuerpos geométricos de gomaespuma de diferentes colores entre los que se encontraban pirámides, conos, esferas, cubos y prismas. En este caso, ella esperaba que sus alumnos formulasen problemas relacionados con contenidos geométricos, así como de clasificación o de comparación de magnitudes (longitud) de cada pieza o conjunto de ellas ("Esperaba problemas de clasificación, —en función de su forma y/o colores— y magnitudes con las diferentes alturas").

La maestra denota conocimiento sobre el nivel esperable de su alumnado (KMLS) debido a que diseña el escenario pensando que ellos podrán formular problemas sobre el contenido propuesto. Asimismo, también, se puede apreciar conocimiento sobre las características de aprendizaje de sus estudiantes (KFLM), desde el punto de vista de las interacciones con el material. Así, Rosa espera que sus educandos utilicen las figuras de manera que las solaparan unas sobre otras para poder crear diferentes construcciones a partir de las figuras individuales.

El tercer escenario mostraba cinco pelotas de diferentes tamaños, colores y texturas. La intención de Rosa al diseñarlo fue que sus alumnos formulasen problemas relacionados con el orden, la clasificación o la secuencia de las pelotas, por ejemplo, de menor a mayor.

Así, basa este escenario en un contenido diferente a los pretendidos en los anteriores, mostrándose de nuevo conocimiento sobre qué espera que sus alumnos pueden llegar a realizar. Al igual que en el primero, trata de acercar una situación que puede darse en la vida cotidiana al aula de matemáticas de educación infantil. Esto muestra conocimiento sobre la fenomenología del contenido de ordenación (KoT), así como un conocimiento sobre cómo Rosa espera que sus estudiantes van a interactuar con el escenario (KFLM):

E: ¿Tú pensabas que pudiese haber clasificación por diferentes características?
R: Sí. Esta y esta son de plástico, la de tenis es más… incluso dura, la otra es más blanda… Texturas y con diferentes características.
E: Sí, para que diera pie…
R: Claro, que ellos pudieran hacer… lo que se les ocurriera.

Por último, el cuarto escenario contaba con vehículos diferentes: aviones, coches, camiones… Con esto Rosa pretendía que sus alumnos formulasen problemas de clasificación, ya sea por colores o por tipo de vehículo, así como situaciones que pudieran estar involucradas las operaciones aritméticas.

Según la docente, el diseño de este escenario se justifica en que, si no se hacen para trabajar diferentes tipos de problema, lo más inmediato en los educandos es realizar problemas de carácter numérico ["E: en este (escenario) se espera que el alumnado formule problemas de clasificación y problemas aritméticos o numéricos de suma… R: Clasificación, bien por colores o bien 'este va por el cielo y este…' O por: 'este tiene dos ruedas y este tiene cuatro'. Porque, si no, siempre habrían salido problemas de tipo numérico"].

Así, mediante esta intervención identificamos conocimiento sobre las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM), referido a cómo piensa que van a interactuar sus alumnos con el escenario.

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470

Rosa cree que, si no se les fuerza, los educandos van a tener tendencia a formular problemas de tipo numérico.

No se puede evidenciar conocimiento de los temas (KoT) de Rosa, aunque se puede inferir teniendo en cuenta los contenidos para los que habilita el escenario. Asimismo, se aprecia que, si bien ella pretende que sus alumnos formulen problemas sobre estos temas, muestra comprensión sobre KMLS, ya que sabe que sus estudiantes pueden llegar a formular problemas sobre clasificación y operaciones aritméticas.

Además, su conocimiento sobre las características de aprendizaje de su alumnado le permite diseñar este escenario. Concretamente, Rosa sabe que, mediante la diversidad de formas y colores en los objetos proporcionados, sus escolares podrán formular un problema matemático.

Consideraciones finales

La formulación de problemas es una práctica matemática con potencial como para ser protagonista en todos los niveles de la educación (Kilpatrick, 1987; Singer *et ál*., 2015). Puede ser utilizada para trabajar diversos contenidos, además de tratarse de una actividad matemática genuina.

Además, a pesar de la poca edad de los alumnos, se ha evidenciado que es posible trabajar a través de ella desde la educación infantil. Sin embargo, el diseñar y el gestionar una actividad de este tipo en un aula de educación infantil no es una tarea trivial (Baroody, 1994; Martín-Díaz *et ál*., 2020).

A través del análisis tanto de la gestión de la tarea que propone Rosa, como de la entrevista sobre su planificación, se ha evidenciado que el conocimiento del maestro resulta clave para la implementación de actividades desde este enfoque en la etapa de educación infantil, no solo para gestionar la sesión en el aula, sino en el diseño de la tarea implementada (Martín-Díaz *et ál*., 2020).

Por un lado, atendiendo al conocimiento matemático, los maestros de educación infantil deben estar dotados de una sólida base de esta disciplina (Muñoz-Catalán *et ál*., 2017). Conocimientos como el reparto igualitario, la seriación o la clasificación son considerados de gran valor en esta etapa y precursores de contenidos que se imparten en la posterior, en primaria. Por ello, una base de conocimiento habilita para poder diseñar tareas de formulación de problemas como la que propone Rosa.

Por otro lado, con relación en el conocimiento didáctico del contenido, se aprecia la importancia de contar con herramientas adecuadas, y estrategias que permitan adaptar una matemática que puede resultar *a priori* lejana, a niños de educación infantil. No solo eso, sino que también, se evidencia que es necesario conocer cómo puede reaccionar un alumno a determinadas situaciones teniendo en cuenta qué es lo que puede resultar natural para él como, por ejemplo, el reparto en partes iguales desde el punto de vista de la justicia.

La investigación relativa al conocimiento profesional útil y necesario para gestionar y diseñar tareas de formulación de problemas supone un desafío que es necesario abordar (Cai y Hwang, 2021) y más concretamente, en la etapa de educación infantil, en la que la investigación sobre conocimiento profesional es aún incipiente (Muñoz-Catalán, *et ál*., 2017).

En este sentido, y dada la naturaleza inhabitual de las dinámicas de formulación de problemas en educación infantil, es necesario que los maestros tomen conciencia de la importancia de las competencias que fomenta la formulación de problemas en

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470

sus estudiantes, no solo en etapas tardías del aprendizaje, sino también en etapas tempranas, donde los alumnos suelen demostrar sorprendentes habilidades de razonamiento y formular problemas sin un esquema previo (Doerr y English, 2003; Carpenter y Romberg, 2004; English, 1998).

Para ello, investigaciones como la que aquí se presenta, y futuros desarrollos en la misma línea deberían conducir a una caracterización profunda y extensa del conocimiento necesario para gestionar tareas de formulación de problemas en educación infantil. Estos resultados deberían ser considerados por gestores del currículo de la formación de maestros de esta etapa para fomentar la construcción de dicho conocimiento en la formación inicial.

Por último, con relación en las limitaciones de la investigación observamos que, al ser un estudio de caso, resulta un punto de partida al análisis sobre conocimiento especializado para la formulación de problemas, asumiendo la imposibilidad de generalizar dadas las características propias del tipo de diseño desarrollado. Asimismo, resultaría interesante conocer cómo responderían a una actividad de esta índole en otros cursos de la educación infantil.

Agradecimento

Este trabajo se ha desarrollado en el marco del proyecto: “Conocimiento especializado del profesorado de matemáticas y formación del profesorado” (RTI2018-096547-B-I00, del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades, España), y ha sido apoyado por el grupo de investigación DESYM (HUM-168), el centro de investigación COIDESO y el Proyecto de Investigación Colaborativa (PIC). Asimismo, está vinculado a la Red MTSK, auspiciada por la Asociación Universitaria Iberoamericana de Posgrado (AUIP). Agradecemos a Rosa su implicación en este trabajo.

La investigación reflejada en este artículo se desarrolló parcialmente bajo la supervisión de nuestro compañero, mentor, y amigo José (Pepe) Carrillo, que en paz descanse. Gracias por tanto.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener algún conflicto de interés.

Declaración de la contribución de los autores

Todos los autores afirmamos que se leyó y aprobó la versión final de este artículo.

El porcentaje total de contribución para la conceptualización, preparación y corrección de este artículo fue el siguiente: J. P. M. 50%, M. A. M., 50%.

Declaración de disponibilidad de los datos

Los datos que respaldan los resultados de este estudio serán puestos a disposición por el autor correspondiente [J.P.M], previa solicitud razonable.

Referencias

Ball, D., Thames, M. H. & G. Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Barlow, A. T. & Cates, J. M. (2006). The impact of problem posing on elementary teachers’ beliefs about mathematics and mathematics teaching. *School Science and Mathematics*, *106*(2), 64–73. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2006.tb18136.x

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470

Baroody, A. J. (1994). *El pensamiento matemático de los niños*. Visor: Madrid.

Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Open University Press: Buckingham.

Björklund, C., Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Kullberg, A. (2020). Research on early childhood mathematics teaching and learning. *ZDM Mathematics Education, 52*, 607–619. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01177-3

Brown, S. I. & Walter, I. M. (2004). *The art of problem posing (3rd edition)*. London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Buschman, J. E. (2003). *Dismantling the public sphere: situating and sustaining librarianship in the age of the new public philosophy*. Westport, CT: Libraries Unlimited.

Cai, J. & Cifarelli, V. (2005). Exploring mathematical exploration: how do two college students formulate and solve their own mathematical problems? *Focus on Learning Problems in Mathematics, 27*(3), 43-72.

Cai, J. & Howson, A. G. (2013). Toward an international mathematics curriculum. In M. A. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & K. S. F. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education research* (pp. 949–974). Springer: Nueva York. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_29

Cai, J. & Hwang, S. (2021). Teachers as redesigners of curriculum to teach mathematics through problem posing: conceptualization and initial findings of a problem-posing project. *ZDM Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01252-3

Cai, J., Hwang, S., Jiang, C. & Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: Some answered and unanswered questions. In F. M. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to efective practice* (pp. 3–34). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_1

Cankoy, O. & Darbaz, S. (2010). Effect of a problem posing based problem solving instruction on understanding problem. *Hacettepe University Journal Of Education, 38*, 11-24.

Carrillo J., Climent N., Contreras L. C., Montes M. Á. (2019) Mathematics Teachers' Specialised Knowledge in Managing Problem-Solving Classroom Tasks. In: Felmer P., Liljedahl P., Koichu B. (eds) Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development. Research in Mathematics Education. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-29215-7_16

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*, 236-253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Carpenter, T. P. & Romberg, T. A. (2004). *Powerful practices in mathematics & science: Research-based practices for teaching and learning*. Madison: University of Wisconsin.

Chang, N. (2007). Responsibilities of a Teacher in a Harmonic Cycle of Problem Solving and Problem Posing. *Early Childhood Education Journal 34*(4), 265–271. https://doi.org/10.1007/s10643-006-0117-8

Doerr, H. M. & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education, 34*(2), 110-136. https://doi.org/10.2307/30034902

Einstein. A. & Infeld, L. (1938). *The evolution of physics*. New York, NY: Simon & Schuster.

English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), 83–106. https://doi.org/10.2307/749719

Felmer, P., Pehkonen, E. & Kilpatrick, J. (2016). *Posing and solving mathematical problems*. Suiza: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3

Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa*. Morata.

Gasteiger, H. & Benz, C. (2018). Enhancing and analyzing kindergarten teachers' professional knowledge for early mathematics education. *The Journal of Mathematical Behavior, 51*, 109-117. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.01.002

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A.H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123-147). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum. https://doi.org/10.4135/9781071878781

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.37
E-ISSN: 2215-3470
CC: BY-NC-ND

Kojima, K., Miwa, K. & Matsui, T. (2015). Experimental study of learning support through examples mathematical problem posing. *Research and Practice in Technology Enhanced Learning*. https://doi.org/10.1007/s41039-015-0001-5

Krippendorf, K. (2018). *Content analysis: An introduction to its methodology*. Sage.

Leikin, R. & Elgrably, H. (2019). Problem posing through investigations for the development and evaluation of proof-related skills and creativity skills of prospective high school mathematics teachers. *International Journal of Educational Research, 102*, 101424. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.04.002

Martín-Díaz, J. P., Montes, M., Codes, M. & Carrillo, J. (2020). Characterisers of Teaching in a Mathematics *Problem Posing Lesson in Preschool Education. Sustainability, 12*(15), 6148. https://doi.org/10.3390/su12156148

Montes, M. A., Contreras, L. C. & Carrillo, J. (2013). Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa & N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (403-410). Bilbao: SEIEM.

Muñoz-Catalán, M. C., Liñán, M. M. & Ribeiro, M. (2017). Conocimiento especializado para enseñar la operación de resta en Educación Infantil. *Cadernos de Pesquisa, 24*, 4-19. https://doi.org/10.18764/2178-2229.v24nespecialp4-19

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principios y estándares para la educación. Matemática*. Reston: VA.

Pólya, G. (1954). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

Sengul, S. & Katranci, Y. (2012). Problem solving and problem posing skills of prospective mathematics teachers about the sets subject. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 69*, 1650-1655. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.12.111

Schwab, J. J. (1978). *Science, curriculum and liberal education*. Chicago: University of Chicago Press.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14. https://doi.org/10.3102/0013189X015002004

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, *14*(1), 19-28.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM, 29*(3), 75–80. https://doi.org/10.1007/s11858-997-0003-x

Singer, F. M., Ellerton, N. F. & Cai, J. (2013). Problem posing research in mathematics education: New questions and directions. *Educational Studies in Mathematics: An International Journal, 82*(3). https://doi.org/10.1007/s10649-013-9478-2

Singer, F. M., Ellerton, N. F. & Cai, J. (2015). *Mathematical Problem Posing*. Suiza: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3

Stake, R. E. (2006). *Multiple case study analysis*. Nueva York: The Guilford Press.

Van Harpen, X. Y. & Presmeg, N. C. (2013). An investigation of relationships between students' mathematical problem-posing abilities and their mathematical content knowledge. *Educational Studies in Mathematics., 83*(1), 117–132. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9456-0

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-19. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr