http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.25
E-ISSN: 2215-3470

Anexo A

RII → RIF

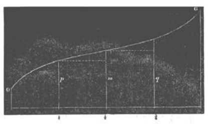
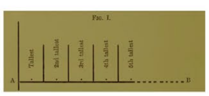
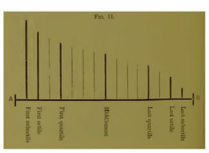
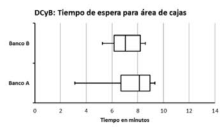
Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
1.1 Visualización	2.1 Identificar la prueba paramétrica necesaria para analizar los datos	3.1 Restricciones de las pruebas t-Student	4.1 Criterio para la toma de decisión
• Es capaz de identificar la variación interna de un conjunto de datos a través de observar e interpretar la forma y los cuartiles de la gráfica. 	• Reconoce el tipo de datos que está trabajando y que provienen de poblaciones normales • Comprende el problema a resolver • Comprende la lógica de las pruebas t-Student para 1 muestra y para dos muestras. • Es capaz de seleccionar la prueba adecuada, aunque aún no puede desarrollarla.	• Comprende que puede trabajar con tamaños muestrales pequeños si las muestras provienen de distribuciones normales. • Identifica si las muestras son dependientes o independientes y comprende sus implicaciones. • Comprende las implicaciones cuando se tiene igualdad o desigualdad de varianzas y del tamaño de las muestras. • Es capaz de hacer explícita la hipótesis nula y alternativa en lenguaje natural.	Valor-p • Puede plantear las hipótesis nula y alternativa con lenguaje simbólico. • Conoce y comprende los valores comunes del nivel de significancia. • Comprende la relación entre el nivel de significancia (α) y el nivel de confianza $(1-\alpha)$. • Conoce, comprende y es capaz de aplicar la regla de decisión: Si el $valor-p<\alpha$ se rechaza H_0
1.2 Trabajar con datos de una muestra	2.2 Una aproximación a las pruebas con el estadístico t-Student	Muestras dependientes	Valor crítico
• Puede utilizar el método de intercomparación, donde identifica cuartiles, octiles, deciles y percentiles; realiza la gráfica correspondiente y compara e interpreta la dispersión de los intervalos (formados por los cuartiles…) 	• Es capaz de identificar la hipótesis nula que se encuentra implícita en el problema. • Conoce la distribución t-Student. • Comprende la relación entre la distribución t-Student y la normal.	Puede valorar si la media de las diferencias es igual al valor μ_0. $t=\frac{\bar{x}_D-\mu_0}{s_D/\sqrt{n}}$ • Calcula y comprende el estadístico t-Student. • Calcula y comprende los grados de libertad $gl=n-1$. • Utiliza la tabla de probabilidad de la distribución t-Student para determinar la probabilidad y puede interpretarla como una medida de ocurrencia de que la media de las diferencias se encuentre fuera del rango $\pm t$.	• Es capaz de identificar y comprende el valor teórico del estadístico t-Student, de acuerdo con α y los gl. • Puede representar gráficamente las regiones de rechazo y de no rechazo. • Conoce, comprende y es capaz de aplicar la regla de decisión: Sí $t\geq t_{\alpha,gl}$ se rechaza H_0 • Es capaz de brindar una respuesta al problema utilizar los resultados de la prueba y realizando argumentos con fundamentación estadística.
	Una muestra	Muestras independientes con $n_1\neq n_2$	4.2 Error tipo I y II, y Potencia de la prueba
	Puede valorar si la media de una población es igual al valor μ_0. $t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$ • Calcula y comprende qué indica el estadístico t-Student. • Calcula y comprende los grados de libertad $gl=n-1$. • Utiliza la tabla de probabilidad de la distribución t-Student para determinar la probabilidad y puede interpretarla como una medida de ocurrencia de que la media de la población se encuentre fuera del rango $\pm t$.	Cuando los tamaños de las muestras son desiguales puede valorar si las medias de dos poblaciones son iguales. • Comprende y es capaz de obtener la desviación estandar agrupada. $s=\sqrt{\frac{(n_1-1)(s_{\bar{x}_1}^2)+(n_2-1)(s_{\bar{x}_2}^2)}{n_1+n_2-2}}$ • Calcula y comprende el estadístico t-Student. $t=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{s\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$ • Comprende y calcula los grados de libertad $gl=n_1+n_2-2$. • Comprende y es capaz de establecer relaciones del estadístico t-Student, los grados de libertad y la desviación estándar agrupada del nivel 2.3.	• Comprende cuándo se comete el Error tipo I y la probabilidad de cometerlo. $P\left[\begin{matrix}Rechazar\ H_0\vert H_0\\ es\ verdadera\end{matrix}\right]=\alpha$ • Comprende cuándo se comete el Error tipo II y la probabilidad de cometerlo. $P\left[\begin{matrix}No\ rechazar\ H_0\vert H_0\\ es\ falsa\end{matrix}\right]=\beta$ • Es capaz de calcular la probabilidad de tomar la decisión correcta cuando: * H_0 es verdadera * H_0 es falsa • Comprende las relaciones entre los dos tipos de error • Comprende la potencia de la prueba $P\left[\begin{matrix}Decidir\ H_1\vert H_1\\ es\ verdadera\end{matrix}\right]=1-\beta$ y es capaz de calcularla
1.3 Trabajar con datos de dos muestras	Generalización SP2 y SP3-N2.2 Prueba y estadístico para una muestra SP9-N3.1 Prueba y estadístico para dos muestras pero que sean dependientes o emparejadas	Muestras independientes con $n_1\neq n_2$ y $\sigma_1\neq\sigma_2$ o $n_1=n_2$ y $\sigma_1\neq\sigma_2$	• Puede argumentar sobre la validez de la inferencia realizada.
• Es capaz de analizar bajo el método de intercomparación cada una de las muestras y compara los valores representantes (e.g. cuartiles) de cada una de las muestras, puede realizar gráficos (e.g. diagrama de caja y bigote) y	Dos muestras	Cuando se tienen dos muestras con diferentes tamaños muestrales y diferentes varianzas puede valorar si las medias de dos poblaciones son iguales. • Es capaz de estimar la varianza de las dos poblaciones por medio de las muestras y comprende por qué no se utiliza la	

Figura 10. Niveles de razonamiento inferencial sobre el estadístico t-Student (parte 1).

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-29. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.25
E-ISSN: 2215-3470

conjetura las semejanzas y/o diferencias entre las muestras. Nota: a manera de conexión con el nivel 1.2 • Puede analizar la variación interna de los datos por medio de elaborar gráficas y de la fluctuación $\left(2\frac{\sum e^2}{n}\right)$, donde n es la suma de las diferencias $(y_i - x_i)$ y $e = (y_i - x_i) - (\bar{y} - \bar{x})$ 	Cuando los tamaños de las muestras y las varianzas son iguales, puede valorar si las medias de dos poblaciones (distribuidas normalmente) son iguales. • Comprende y es capaz de obtener la varianza y desviación estándar agrupada. $s^2 = \frac{1}{(n_1-1)(n_2-1)}\left(\sum(x_1 - \bar{x}_1) + \sum(x_2 - \bar{x}_2)\right) = \frac{1}{2}\left(s_{x_1}^2 + s_{x_2}^2\right)$ • Comprende el error estándar. • Comprende qué indica el estadístico t-Student para dos muestras. $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2(2/n)}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s\sqrt{2/n}}$ • Comprende y calcula los grados de libertad $gl = 2n - 2$. • Utiliza la tabla de probabilidad de la distribución t-Student para determinar la probabilidad y puede interpretarla como una medida de ocurrencia de que la diferencia de las medias se encuentre fuera del rango $\pm t$. **Generalización** SP8-N2.2 Estadístico t, grados de libertad y desviación estándar agrupada cuando $n_1 = n_2$ SP7-N3.1 Estadístico t, grados de libertad y desviación estándar agrupada cuando $n_1 \neq n_2$	varianza agrupada (como en las otras pruebas t para dos muestras). $\sigma^2 = \frac{1}{n_1}s_1^2 + \frac{1}{n_2}s_2^2,\ s_i^2 = \frac{1}{n_i - 1}\sum(x_i - \bar{x})^2$ • Calcula y comprende el estadístico t-Student para dos muestras con dichas características. $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{1}{n_1}s_1^2 + \frac{1}{n_2}s_2^2}}$ • Comprende y calcula los grados de libertad. $gl = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{s_1^4}{n_1^2(n_1-1)} + \frac{s_2^4}{n_2^2(n_2-1)}}$ • Comprende que este método también lo puede aplicar cuando se tienen tamaños muestrales iguales.	
		Muestras independientes con coeficientes de regresión	
		Puede comparar los coeficientes de regresión cuando las series de la variable independiente no son idénticas y valorar la diferencia de los coeficientes de regresión. • Puede obtener el coeficiente b y comprende su significado. $b = \frac{S\{y(x - \bar{x})\}}{S(x - \bar{x})^2}$ • Comprende qué indica el estadístico t-Student. $t = \frac{b' - b}{\sqrt{(s^2/S_A(x - \bar{x})^2) + (s^2/S_B(x - \bar{x})^2)}}$ • Comprende y calcula los grados de libertad $gl = n_A + n_B - 2$. • Utiliza la tabla de probabilidad de la distribución t-Student para determinar la probabilidad y puede interpretarla como una medida de ocurrencia de que la diferencia de los coeficientes de regresión se encuentre fuera del rango $\pm t$. • Reconoce que esta prueba sigue la misma lógica de la prueba de diferencia de medias de dos muestras.	
		3.2 Conexiones y argumentos	
		• Comprende la significancia. • Puede encontrar el valor del estadístico teórico, en la tabla de probabilidad de la distribución t-Student, con respecto a cierta P y gl. Y lo compara contra el valor t calculado. • Es capaz de rechazar o no rechazar la hipótesis nula (y comprende lo que significa) bajo un contraste con un límite preestablecido como desviación significativa. • Logra argumentar, con base en la significancia por qué rechaza o no rechaza la hipótesis nula. • Es capaz de conectar los resultados de la prueba con el contexto del problema.	

PARTICULAR → **GENERAL**

Figura 11. Niveles de razonamiento inferencial sobre el estadístico t-Student (parte 2).

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-29. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.25
E-ISSN: 2215-3470

Anexo B

Actividad 1.
A continuación, se presentan los datos de una muestra que fueron recabados durante un experimento de un fármaco para dormir. Los datos de la Tabla 1 son sobre el aumento de horas de sueño cuando los pacientes han ingerido el fármaco. ¿Existe realmente un aumento en las horas de sueño al utilizar el fármaco? Explica con detalle tu respuesta

Tabla 1 – Horas adicionales de sueño ganadas por el uso del fármaco

Paciente	Horas adicionales
1	+ 0.7
2	− 1.6
3	− 0.2
4	− 1.2
5	− 0.1
6	+ 3.4
7	+ 3.7
8	+ 0.8
9	0.0
10	+ 2.0

Figura 1. Actividad 1 sobre el estadístico t-Student.

Actividad 2.
Una farmacéutica esta realizando experimentos sobre la efectividad de dos fármacos para dormir, para lo cual ha seleccionado aleatoriamente a diez pacientes quienes han tomado ambos fármacos. La Tabla 2 muestra el aumento de horas de sueño cuando los pacientes han ingerido cada uno de los fármacos. ¿Existe realmente una diferencia entre las horas de sueño que se ganan con el fármaco 1 y 2?

Tabla 2 – Horas ganadas de sueño por participante con ambos fármacos

Paciente	Fármaco 1	Fármaco 2
1	+ 0.7	+ 1.9
2	− 1.6	+ 1.8
3	− 0.2	+ 1.1
4	− 1.2	+ 0.1
5	− 0.1	− 0.1
6	+ 3.4	+ 4.4
7	+ 3.7	+ 5.5
8	+ 0.8	+ 1.6
9	0.0	+ 4.6
10	+ 2.0	+ 3.4

Figura 2. Actividad 2 sobre el estadístico t-Student.

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-29. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.25
E-ISSN: 2215-3470

Actividad 3.

En época de lluvias, es común ver en las noticias los socavones que se generan en diversas ciudades del mundo, una de las principales causas el deterioro de las tuberías (que es un problema creciente). Este deterioro en las tuberías genera el reblandecimiento del suelo por la humedad y con el paso de los automóviles, el peso de las construcciones, los camiones, entre otros, provocan que la parte superficial empiece a vibrar y la resistencia de la parte superior ya no es suficiente y colapsa, provocando así los socavones y con ellos lamentables accidentes. Una posible solución, que no implica el cambio de la red de tuberías, es rehabilitar las tuberías existentes utilizando un forro flexible. Sin embargo, existen dos propuestas utilizar un proceso de fusión y no utilizar el proceso en el forro. Quienes están a favor del proceso de fusión consideran que el proceso incrementa la resistencia a la tensión promedio. Se han reportado los siguientes datos de resistencias a la tensión $(lb/pulg^2)$ de especímenes, cuando se utilizó el proceso de fusión en el forro y cuando este proceso no se utilizó. ¿Realmente existe un incremento en la resistencia a la tensión promedio cuando se utiliza el proceso de fusión? Explica con detalle tu respuesta.

Tabla 3. *Resistencias a la tensión* $(\boldsymbol{lb/pulg^2})$ *de especímenes*

Sin proceso de fusión	Con proceso de fusión
2748	3027
2700	3356
2655	3359
2822	3297
2511	3125
3149	2910
3257	2889
3213	2902
3220	
2753	

Figura 14. *Actividad 3 sobre el estadístico t-Student.*

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-29. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr

http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.25
E-ISSN: 2215-3470

Actividad 4.

Como sabemos, el síndrome respiratorio agudo severo coronavirus 2 (SARS-CoV-2) causado por la enfermedad Covid-19, con mayor frecuencia es leve, pero puede ser grave y potencialmente mortal. Ante este escenario los investigadores de BLAZE 1, han realizado un estudio sobre el anticuerpo neutralizante LY-CoV555 del SARS-CoV-2 en pacientes ambulatorios con Covid-19. Preveen que los anticuerpos monoclonales neutralizantes de virus reduzcan la carga viral, mejoren los síntomas y eviten la hospitalización. Este estudio se llevó a cabo en la fase dos, con pacientes ambulatorios con Covid-19 leve o moderado que fueron diagnosticados recientemente. Los pacientes fueron asignados al azar para recibir una única dosis intravenosa del anticuerpo neutralizante LY-CoV555 (de 2800 mg) o de placebo, los resultados obtenidos sobre la carga del virus se resumen en la siguiente tabla. ¿Existe realmente una diferencia en la disminución de la carga viral cuando se recibe la dosis del anticuerpo y cuando se recibe el placebo?

Tabla 4. *Disminución media en la carga viral desde la baseline al día 11*

	Media	**Desviación estándar**
LY-CoV555 (n=20)	-4.00	0.737
Placebo (n=20)	-3.47	0.669

Nota: La carga viral media o baseline al iniciar el estudio fue de 23.9

Figura 15. *Actividad 4 sobre el estadístico t-Student.*

UNICIENCIA Vol. 36, N°. 1, pp. 1-29. January-December, 2022 • www.revistas.una.ac.cr/uniciencia • revistauniciencia@una.cr