



Trabajo matemático de estudiantes de educación técnica profesional en un contexto interdisciplinario

Mathematical work of students in technical-professional education in an interdisciplinary context

Trabalho matemático de alunos do ensino médio técnico profissionalizante em um contexto interdisciplinar.

Carolina Henríquez Rivas¹, Paula Verdugo Hernández^{2*}, Yocelyn Valenzuela Barrera³

Received: Nov/22/2022 • Accepted: May/2/2023 • Published: Sep/1/2023

Resumen

[Objetivo] La presente investigación busca caracterizar el trabajo matemático de los estudiantes de educación secundaria en formación técnica profesional (TP) que participan en una propuesta didáctica que integra aprendizajes matemáticos y de la especialidad administración. **[Metodología]** Se trata de una investigación de enfoque cualitativo basado en un estudio de caso que analiza el trabajo matemático en el aula de estudiantes de último año de la educación media TP. El sustento teórico considera aspectos de la interdisciplinariedad y teoría Espacios de Trabajo Matemático. **[Resultados]** Los resultados dan cuenta de la distancia entre los análisis previstos y lo que efectivamente realizan los estudiantes, lo que se manifiesta en la presencia del plano [Sem-Ins] por sobre los otros. Estos resultados se han organizado según el tipo de respuesta: estándar, incompleto, bloqueo o dificultad, y se han clasificado según las producciones de los estudiantes. **[Conclusiones]** Los resultados evidencian que la primera subtarea se ha desarrollado en el tipo estándar con activación del plano [Sem-Ins] y en una parte de ella la génesis discursiva, mientras que las siguientes subtareas corresponden a incompleto y bloqueo o dificultad, respectivamente en las que solo se observa la presencia de la génesis semiótica. Finalmente, se puede concluir que, los conceptos de la especialidad no son una dificultad al momento de ser relacionados con el trabajo matemático. Sin embargo, desde la matemática se han identificado dificultades respecto a la comunicación del razonamiento discursivo, asociados a la génesis discursiva y la lectura de gráficos, lo que sugiere la necesidad de trabajar este tipo de actividades que integren la matemática con la especialidad TP, como lo es en este caso la administración.

Palabras clave: espacio de trabajo matemático; estudiantes; educación secundaria técnica profesional; interdisciplinariedad.

* Corresponding author

Carolina Henríquez Rivas, ✉ chenriquezr@ucm.cl,  <https://orcid.org/0000-0002-4869-828X>

Paula Verdugo Hernández, ✉ pauverdugo@utalca.cl,  <https://orcid.org/0000-0001-6162-654X>

Yocelyn Valenzuela Barrera, ✉ yocy.valenzuela@gmail.com,  <https://orcid.org/0000-0002-4921-841X>

1 Departamento de Matemática, Física y Estadística, Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

2 Escuela de Pedagogía en Ciencias Naturales y Exactas, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Talca. Linares, Chile.

3 Liceo Bicentenario Instituto Comercial, Linares, Chile.



Abstract

[Objective] This study is intended to characterize the mathematical work of secondary education students in technical-professional education (TP), who participate in a didactic program that integrates mathematical learning and a specialization in administration. **[Methodology]** This is a qualitative investigation based on a case study that analyzes mathematical work in the classroom by students in the final year of their TP education. The theoretical foundation considers aspects related to interdisciplinarity and the theory of Mathematical Work Spaces. **[Results]** Results of this investigation show the distance between the analyses expected and what the students actually did, which is expressed in the presence of the [Sem-Ins] plane above the others. Student results were organized according to the type of answers they provided: standard, incomplete, and blocking or difficulty. **[Conclusions]** Results of this investigation showed that the first sub-task was carried out in a standard manner with activation of the [Sem-Ins] plane and in a part of it the discursive genesis, while the results of the following sub-tasks corresponded to incompleteness and blocking or difficulty, respectively, in which only the presence of the semiotic genesis was observed. Finally, it can be concluded that knowledge of the concepts of the specialization were not an obstacle when they were related to mathematical work. However, from a mathematical perspective, difficulties were identified with respect to the communication of discursive reasoning, associated with discursive genesis and the interpretation of graphs, which suggests the need to work on activities that integrate mathematics with the TP area of specialization – in this case, administration.

Keywords: Mathematical workspace; students; secondary technical-professional education; interdisciplinarity.

Resumo

[Objetivo] Esta pesquisa visa caracterizar o trabalho matemático de alunos do ensino médio em formação técnico profissionalizante (TP) que participam de uma proposta didática que integra o aprendizado matemático e a especialidade de administração. **[Metodologia]** Trata-se de uma investigação de abordagem qualitativa baseada num estudo de caso que analisa o trabalho matemático na sala de aula de alunos do último ano do ensino médio TP. A sustentação teórica considera aspectos da interdisciplinaridade e da teoria dos Espaços de Trabalho Matemático. **[Resultados]** Os resultados dão conta da distância entre as análises planejadas e o que os alunos realmente fazem, que se manifesta na presença do plano [Sem-Ins] acima dos demais. Esses resultados foram organizados de acordo com o tipo de resposta: padrão, incompleto, bloqueado ou difícil, e foram classificados de acordo com as produções dos alunos. **[Conclusões]** Os resultados mostram que a primeira sub-tarefa foi desenvolvida no tipo padrão com ativação do plano [Sem-Ins] e em parte dela a gênese discursiva, enquanto as sub-tarefas seguintes correspondem a incompleto e bloqueio ou difícil, respectivamente em que se observa apenas a presença da gênese semiótica. Por fim, pode-se concluir que os conceitos da especialidade não são uma dificuldade quando relacionados ao trabalho matemático. No entanto, a partir da matemática, foram identificadas dificuldades no que diz respeito à comunicação do raciocínio discursivo, associado à gênese discursiva e à leitura de gráficos, o que sugere a necessidade de trabalhar este tipo de atividade que integra a matemática com a especialidade TP, como é neste caso a administração.

Palavras-chave: espaço de trabalho matemático; alunos; ensino médio técnico profissionalizante; interdisciplinaridade.



Introducción

La educación técnica profesional ha cobrado relevancia y vigencia en los últimos años, especialmente en países de América Latina y el Caribe, ya que existe un creciente interés político, social y económico con miras a reforzar la productividad y, con ello, el capital humano que se requiere para labores en este ámbito (Sepúlveda, 2017; Sevilla, 2017).

Así, este tipo de sistema formativo debe ser capaz de adaptarse a las nuevas demandas y ofrecer alternativas de educación más abiertas y flexibles (De Asís y Planells, 2009). La Unesco (2015) dentro de sus objetivos de desarrollo sostenible establece como una de las metas del objetivo 4, educación de calidad. Al respecto, señala “4.3 De aquí a 2030, asegurar el acceso igualitario de todos los hombres y las mujeres a una formación técnica, profesional y superior de calidad, incluida la enseñanza universitaria” (Unesco, 2015).

Por esto, pone el foco en las mejoras a los sistemas de enseñanza y formación técnica profesional (de aquí en adelante la llamaremos educación TP), lo que implica incrementar significativamente, la cantidad de jóvenes con competencias técnicas y profesionales para que logren adherirse a trabajos dignos y favorecer el emprendimiento.

Empero, aun cuando se reconoce la importancia de la educación TP en el nivel regional, existen dificultades estructurales, de organización, gestión, financiamiento e interés tendientes a mejoras (Maturo, 2016). Esta educación ha sido menos atendida y se requiere evidencia empírica que aporte y sea consistente para impactar con propuestas de mejoras (Sepúlveda, 2017; Sevilla, 2017).

Una problemática que afecta a la educación TP en la región tiene relación con la

escasa relevancia que la política educativa le atribuye y, si bien existen procesos de transformación en los últimos años (Maturo, 2016), las propuestas curriculares están mayormente enfocadas en modelos que resaltan el conocimiento académico, dejando por debajo este tipo de educación y con un menor reconocimiento social (Sepúlveda, 2017; Maturo, 2016).

En este sentido, en Chile se han realizado análisis de la trayectoria de la educación TP en diferentes momentos históricos. Por ejemplo, Servat (2017), da cuenta del déficit en este tipo de formación, lo que abarca diversas dimensiones como el currículo, orientación profesional, entre otros. Por ello, se requieren más y mejores propuestas en los distintos niveles escolares que atiendan aspectos diversos, como la formación del profesorado para el desarrollo de competencias en innovación en este contexto educativo (Vera-Sagredo *et al.*, 2020).

En cuanto a investigaciones que consideren problemáticas específicas de la práctica docente, el trabajo de Arancibia *et al.* (2008) aborda la necesidad de la formación permanente, donde la planificación colaborativa puede tener un impacto positivo en la enseñanza, así como la atención a la toma de decisiones en el nivel político y el rediseño del currículo.

Por su parte, Yang (2018) reporta específicamente sobre el desarrollo en la industria manufacturera y propone un método de innovación para la formación continua. Por otro lado, Silva *et al.* (2020) investigan sobre la base de una metodología activa y cómo estas estrategias apoyan y ofrecen nuevos recursos para la enseñanza, centrada en un curso de mecatrónica en una escuela técnica, dando cuenta de desarrollos favorables de competencias en los estudiantes.



Con respecto al trabajo en el aula de estudiantes de la educación TP, [Pinto y Días \(2019\)](#) exploran en su desarrollo del pensamiento teórico y señalan que es posible la apropiación de conocimientos científicos para favorecer este tipo de pensamiento con miras hacia una educación integral, que le permita al estudiante elaborar soluciones prácticas y teóricas a los problemas.

En este mismo contexto, la investigación de [Ibacache y Merino \(2021\)](#), promueve el pensamiento crítico y la argumentación científica en estudiantes de la educación secundaria TP, basado en la contextualización de contenidos asociados con las reacciones químicas.

Así, investigaciones dan cuenta de los desafíos en la educación TP ([Bucarey y Urzúa, 2013](#)), y la necesidad de realizar más estudios en este ámbito, pues aún existe débil información acerca de estos sistemas formativos ([Sepúlveda, 2017](#)), por lo cual se hace necesario generar investigación sobre la reorganización de los modelos en la educación TP ([Sepúlveda y Valdebenito, 2014](#)). En el presente estudio se considera la relación entre la matemática y una especialidad de este tipo de enseñanza.

Para conectar la educación TP con la educación matemática, una noción posible de considerar y que está presente en diversas especialidades (administración, construcción, entre otras) ([Mineduc, 2016](#)), es la proporcionalidad, dado el potencial que esta tiene para conectar aprendizajes matemáticos con otras disciplinas en la resolución de problemas (e. g. [Ruiz y Valdemoros, 2006](#); [Blum y Borromeo-Ferri 2009](#)).

En relación con investigaciones que abordan la noción de proporción (e. g. [Clark et al., 2003](#); [Monje y Gómez, 2019](#)), se destacan algunas que ponen atención en el desarrollo del pensamiento proporcional en

diversos contextos (e. g. [Ben-Chaim et al., 1998](#); [Fernández y Llinares, 2012](#)).

Para ilustrar lo anterior, se hace mención a la investigación de [Monje y Gómez \(2019\)](#), que destaca las dificultades que enfrentan los futuros profesores al resolver tareas sobre ofertas comerciales con razones desiguales. Este aspecto se considera en el presente estudio, el cual se apoya en la proporcionalidad para abordar tareas que relacionan educación TP y educación matemática, puesto que, sin una comprensión sólida de la noción, podría resultar difícil entender los conceptos asociados con porcentajes y realizar operaciones básicas con ellos.

Contexto de la educación secundaria TP: el caso chileno

La educación secundaria en Chile (llamada educación media) considera cuatro años de estudios (14 a 17 años de edad, aproximadamente) y abarca diferentes modalidades, entre ellas: la Formación General Diferenciado Artístico, la Formación General Diferenciado Científico Humanista y Formación General Diferenciado Técnico Profesional (Mineduc, 2015), cuyas opciones están presentes en los últimos dos años de estudio (3.º y 4.º medio).

La educación TP es considerada un modelo alternativo para aquellos estudiantes que se forman con base en competencias técnicas y profesionales necesarias en áreas específicas para enfrentarse al mundo laboral ([Mineduc, 2017](#)). Según [Carrillo y Jurado \(2017\)](#), esta modalidad representa una oportunidad para los estudiantes, ya que en poco tiempo tienen la posibilidad de especializarse en un área determinada y acceder al campo laboral con un título Técnico de Nivel Medio ([Mineduc, 2015](#)).



Actualmente, los establecimientos Técnicos Profesionales en Chile tienen una alta demanda de matrícula en los niveles 3.º y 4.º medio (45 % aproximadamente). De estos, alrededor del 40 % de estudiantes continúan estudios superiores, reflejando la importancia otorgada a este tipo de sistema de educación (Sevilla, 2018).

Esta modalidad de estudio es fundamental en la formación de jóvenes que provienen principalmente de hogares con recursos económicos limitados y menor nivel de escolaridad. Asimismo, aporta a la inserción laboral, propicia una menor deserción escolar y contribuye a la movilidad e inclusión social.

El currículo escolar de la educación TP define 35 especialidades, según sectores económicos, entre ellos, administración (Mineduc, 2016). Sin embargo, este sistema formativo no dispone de un mecanismo que ayude a mejorar las prácticas de enseñanza en los centros educativos, ni a conectar la Formación General de la Educación Media con la definición de las especialidades que consideren la naturaleza interdisciplinar de este tipo de formación.

En tal sentido, Servat (2017) menciona que es relevante intervenir en aspectos referidos a la gestión de los procesos, del currículo, del personal, del quehacer del estudiante y de las prácticas profesionales.

Por tal razón, se presenta este estudio que busca aportar en mejoras a las prácticas educativas a través de evidencia empírica, centrado en una propuesta didáctica interdisciplinaria que relaciona el currículo escolar de matemáticas (Mineduc, 2019) y de la especialidad administración con mención en Recursos Humanos de la educación TP, a fin de dar sentido y poner en coordinación el aprendizaje de las matemáticas y la especialidad en un área específica.

El objetivo de investigación que planteamos es caracterizar el trabajo matemático de estudiantes de educación secundaria TP que participan en una propuesta didáctica que integra aprendizajes matemáticos y de la especialidad administración.

Marco teórico

Para sustentar la propuesta didáctica implementada y el análisis al trabajo matemático desarrollado por los estudiantes, se considera un marco teórico que contempla, por una parte, aspectos relacionados con la interdisciplinariedad y, por otra, una teoría que permite analizar en profundidad el trabajo matemático desarrollado a partir de tareas propuestas, conocido como Espacio de Trabajo Matemático (ETM).

Interdisciplinariedad

En una perspectiva educativa, la interdisciplinariedad trata sobre la integración de conocimientos y la participación de diferentes asignaturas con el bagaje de cada una (Ander-Egg, 1999). Según López (2012), la interdisciplinariedad consiste en que distintas disciplinas científicas puedan cooperar entre sí, aportando cada una en la construcción de conocimiento.

Por su parte, Klein (1990), señala que la interdisciplinariedad surge de la yuxtaposición de dos o más disciplinas que resuelven mutuamente un problema, con el propósito de obtener soluciones novedosas y relevantes. En este sentido, existen diversas posturas sobre los fundamentos de la interdisciplinariedad y sus implicancias (e. g. Klein, 1990; Epstein, 2005; López, 2012).

En Educación Matemática, la interdisciplinariedad se entiende como un puente entre otras disciplinas, para la comprensión de un determinado problema de



estudio que por separado es más difícil atender (Klein, 1990).

Existen diversas razones por las cuales hoy pensamos en la interdisciplinariedad, por ejemplo, temas contingentes como el cambio climático, las crisis hídricas y la crisis sanitaria actual como el Covid, recuerdan que una visión holística, integral y transversal, en relación a distintas disciplinas es fundamental.

La interdisciplinariedad pareciera ser una necesidad que demanda la integración de otras asignaturas, ya sea para dar respuesta a alguna problemática o para dar cumplimiento a un objetivo general, en donde se propicie la interacción entre ellas.

Coincidimos con Rogora y Tortoriello (2021) y Capone *et al.* (2017), en que las matemáticas se adhieren para la enseñanza y el aprendizaje interdisciplinario, pues generan la facultad de abstraer y modelar interacciones en distintas disciplinas proporcionando nuevas lentes para mirar el mundo real y abordar su comprensión. Asimismo, es destacable el impacto positivo en las prácticas escolares interdisciplinarias, tanto para el profesorado, como para los estudiantes (Doig y Williams, 2019).

La Educación Técnica Profesional implementada en los establecimientos educacionales chilenos propicia un trabajo interdisciplinario en los procesos de enseñanza y aprendizaje, en que se pretende potenciar los contenidos de formación general en un área específica. No obstante, lo anterior, no se puede asegurar que los profesores desarrollen la enseñanza con un enfoque interdisciplinario, ni desde las matemáticas, ni desde la especialidad.

Al respecto, existen autores que reportan trabajos en esta línea (e. g. Delfino y Pérez, 2006), los cuales coinciden en la importancia de la interdisciplinariedad en la enseñanza

Técnico Profesional con énfasis en la formación de cada especialidad, lo cual es relevante en este tipo de educación técnica, pues prepara a los estudiantes para un futuro desempeño en un sector económico específico.

De lo anterior, la postura sobre interdisciplinariedad a la que adhiere este trabajo coincide con lo planteado por Doig y William (2019), quienes destacan prácticas de aula innovadoras que implican el uso de disciplinas en la resolución de problemas, en la cual la enseñanza de la matemática es inseparable de su práctica en otras actividades cotidianas. En este caso, las temáticas asociadas con la especialidad son entendidas como actividades cotidianas de la Educación Técnica Profesional, con el propósito de tomar en cuenta la importancia de la identidad disciplinaria o profesional de quien aprende (Williams y Roth, 2019).

Espacio de Trabajo Matemático

El Espacio de Trabajo Matemático (ETM) (Kuzniak, 2011; Kuzniak *et al.*, 2022) es un modelo que contempla dos planos horizontales, a saber, epistemológico y cognitivo (ver figura 1). El primero está constituido por tres componentes: referencial, representamen y artefacto. El *referencial* se basa en definiciones, teoremas, propiedades y axiomas, el *representamen* se relaciona con los objetos tangibles y concretos (Gómez-Chacón *et al.*, 2016), y el *artefacto* que puede ser de tipo material o un sistema simbólico susceptible para ser usado (Rabardel, 1995).

Por su parte, el plano cognitivo también está compuesto por tres componentes: visualización, construcción y prueba. La *visualización* relativa a la representación de los objetos construida por el individuo, la *construcción* que depende de los artefactos utilizados y los esquemas de uso disponibles



y, la *prueba* relacionada con el proceso discursivo de validación basado en el referencial teórico (Gómez-Chacón *et al.*, 2016).

La unión de los planos se interrelaciona mediante tres génesis: *instrumental*, *discursiva* y *semiótica* (Kuzniak, 2011). La *génesis instrumental* permite hacer operadores y dar sentido a los artefactos en el proceso constructivo. La *génesis semiótica* permite pasar de una perspectiva sintáctica (símbolos y signos) a una semántica (extracción del significado) de los objetos matemáticos representados. La *génesis discursiva* que utiliza el sistema de referencia teórico para ponerlo al servicio del razonamiento matemático (Gómez-Chacón *et al.*, 2016).

El ETM se caracteriza por la interacción y articulación de sus partes, así como por la relación generada entre sus génesis, lo que lleva a considerar tres planos verticales (Kuzniak y Richard, 2014). El plano *semiótico-instrumental*, [Sem-Ins], sustentado por la activación de las dos génesis, independiente de la entrada que se tenga por estas, pudiendo efectuarse una relación entre la semiótica y la utilización de instrumentos.

El segundo plano *semiótico-discursivo*, [Sem-Dis], sustentado por cada una de las génesis mencionadas, relaciona la semiótica con los procesos de prueba. Por último, el plano *instrumental-discursivo*, [Ins-Dis], permite vincular el artefacto con algún tipo de prueba basada en la experimentación, la validación de una construcción o la generalización empírica (Kuzniak *et al.*, 2016). La siguiente figura (1), muestra de forma

esquemática el ETM, sus componentes, génesis y planos.

Tal como señala Gómez-Chacón *et al.*, 2016, en el contexto del desarrollo matemático en el ambiente escolar inciden diversos actores fundamentales en el proceso de enseñanza aprendizaje, entre ellos, las instituciones educativas que establecen las directrices a seguir y los profesores quienes directamente conllevan la clase a diario. Lo que provoca considerar tres tipos de Espacios de Trabajo: de referencia, idóneo y personal.

Este escrito se focaliza en el ETM personal del estudiante, influenciado por el ETM idóneo del profesor. Henríquez-Rivas *et al.* (2022) se refieren al ETM idóneo como el trabajo matemático dado en una institución, relacionado con la organización de la enseñanza, para permitir a los estudiantes comprometerse en la resolución de un problema.

En este sentido, el profesor juega un rol fundamental, puesto que es quien facilitará el desarrollo de una clase en interacción con el estudiante. Así, el trabajo matemático de los estudiantes puede estar dirigido por la acción del docente durante el proceso de enseñanza (e. g. Verdugo-Hernández, 2020; Henríquez-Rivas *et al.* 2021).

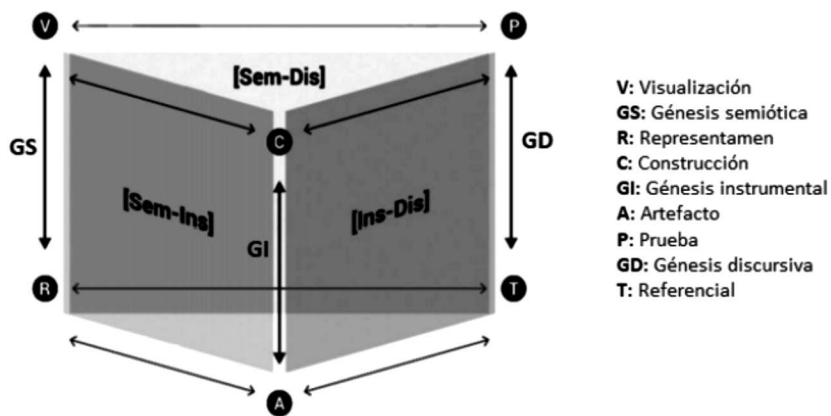


Figura 1. Planos verticales en el ETM
 Extraído de Henríquez-Rivas *et al.* (2021).



Por su parte, el ETM personal del estudiante relaciona sus conocimientos matemáticos utilizados al resolver una tarea dada (Henríquez-Rivas y Kuzniak, 2021).

La presente investigación analiza el trabajo matemático de los estudiantes, basada en estudios recientes en el ETM (Henríquez-Rivas *et al.*, 2022), adoptando la idea de *ETM idóneo potencial* como el estudio al trabajo matemático *a priori* que ha sido diseñado para el aprendizaje de los estudiantes a partir de una tarea y el *ETM personal* del estudiante, entendido como el trabajo matemático realizado por los estudiantes en situaciones de aula.

En cuanto a la noción de tarea, se entiende como activadora del trabajo matemático de un individuo (Kuzniak, 2011) y como “aquella experiencia matemática planificada para los estudiantes, pudiendo corresponder a una tarea o a una secuencia de ellas” (p.127), como señalan Henríquez-Rivas *et al.* (2021). Además, para este propósito se considera la tarea como aquella experiencia o secuencias de experiencias planificadas en un contexto interdisciplinar, que sirve para coordinar dos o más disciplinas, en este caso, las matemáticas y la especialidad administración.

Metodología

Características de la investigación

El enfoque de esta investigación es cualitativo, según el propósito de caracterizar el ETM personal de los estudiantes en relación con la resolución de tareas diseñadas para una propuesta didáctica que integra aprendizajes matemáticos con la especialidad administración, la cual fue desarrollada en el marco de una tesis de maestría (Valenzuela, 2021), cuyos datos fueron recopilados el año 2019.

Específicamente, para comprender cómo los estudiantes realizan el trabajo matemático, se adoptó un estudio de caso basado en Yin (2018), seleccionando un *caso único* representativo, en un contexto escolar singular de la formación técnica profesional. Además, según la tipología del mismo autor, se clasifica este caso como revelador, pues permite observar objetos de conocimiento especiales en este contexto; asimismo, el caso es *integrado*, ya que existen varias unidades de análisis correspondientes al trabajo matemático que desarrollan los estudiantes (Yin, 2018). La justificación de este diseño permite analizar en profundidad el trabajo matemático personal de los estudiantes, al abordar la propuesta didáctica diseñada.

Los participantes corresponden a 22 estudiantes que cursan 4.º medio (17 años de edad aproximadamente), de la especialidad de administración, con mención en Recursos Humanos de un establecimiento de educación secundaria técnica profesional de una región del centro sur de Chile.

La aplicación de la propuesta considera cuatro sesiones, desarrolladas en el horario de clases de matemáticas. Durante la primera se abordaron conocimientos previos, en la segunda y tercera se trabajaron las tareas de la propuesta didáctica y, finalmente, la cuarta fue de evaluación y retroalimentación colaborativa de los aprendizajes. Este trabajo se focaliza en los análisis de la segunda sesión.

Los estudiantes que participaron en esta investigación lo han realizado voluntariamente y previo asentimiento informado, pudiendo declinar su participación en cualquier instancia de la toma de datos. La aplicación de la propuesta consistió en tareas que fueron diseñadas y analizadas por dos de las autoras de este trabajo y validadas



previamente por juicio de expertos (Robles y Rojas, 2015).

Se parte del supuesto que los participantes tienen los conocimientos necesarios para poder resolver las tareas, pues al momento de la aplicación, ya habían estudiado los contenidos necesarios para su resolución, tanto desde la matemática, como desde la especialidad de administración. En términos curriculares, esta especialidad se relaciona con los sectores financiero, industrial y de administración pública, de la cual se eligió la mención de recursos humanos, que conlleva el desarrollo de competencias sobre cálculo de remuneraciones y finiquitos, entre otros (Mineduc, 2016).

Las tareas de la propuesta didáctica relacionan conocimientos matemáticos con algunos conceptos profesionales, con las siguientes características: *tarea 1*, consta de una secuencia de tres subtareas que pretenden determinar las remuneraciones según las disposiciones legales vigentes; *tarea 2*, consta de una secuencia de cinco subtareas que pretenden estimar el salario mínimo legal; *tarea 3*, contempla una secuencia de cinco subtareas orientadas al cálculo de sueldos en diversos contextos laborales; *tarea 4*, consta de una secuencia de cinco subtareas asociadas al cálculo de finiquitos; y *tarea 5*, considera una secuencia de cuatro subtareas que permiten desplegar conocimiento de conceptos fundamentales de la administración.

Para el diseño de las tareas se consultaron diversas fuentes bibliográficas, tales como libros de la especialidad (Arya y Lardner, 1992), el currículo escolar de la educación técnico-profesional (Mineduc, 2016) y de la formación general de matemáticas (Mineduc, 2015, 2019).

En el proceso de validación de la propuesta, se consultó a cuatro expertos

con diversa experticia, quienes valoraron y recomendaron mejoras a las tareas (Esco-bar-Pérez y Cuervo-Martínez, 2008).

Las características de los expertos son: una profesora de matemática y física de nivel secundario con 27 años de experiencia, que trabaja en un colegio técnico profesional; un doctor en matemáticas, con formación pedagógica, quien realiza investigación en la disciplina; una doctora en didáctica de las matemáticas, quien hace investigación en la construcción social del conocimiento matemático del profesorado; y una doctora en didáctica de las matemáticas, dedicada a la línea de investigación del ETM en formación del profesorado.

Para efectos de la investigación, se presentaron los análisis *a priori* de las tareas de la propuesta (ETM idóneo potencial) y del ETM personal de los estudiantes. Específicamente, los análisis corresponden a la tarea 1, la cual es representativa del propósito de esta investigación y, en términos de resultados, ofrece una variedad de respuestas. Además, por razones de tiempo en la aplicación de la propuesta, no todos los estudiantes lograron desarrollarla por completo.

Recolección y análisis de datos

Los métodos cualitativos para la recolección de datos abarcan la observación no participante, notas de campo de las investigadoras y las producciones escritas de los estudiantes al momento de desarrollar las tareas. Para la resolución, los estudiantes formaron ocho grupos de trabajo colaborativo (Barlow, 1993; Reid *et al.*, 1993).

Se considera la idea de colaboración, en el sentido de Boavida y Da Ponte (2011), bajo la cual los estudiantes intercambian, interactúan y profundizan en sus conocimientos de manera conjunta, sobre la base de la igualdad y ayuda mutua. Así, se entiende



la colaboración como una oportunidad de aprendizaje matemático que favorece la interdisciplinariedad, lo que lleva a analizar el ETM personal de los estudiantes en contexto de trabajo colaborativo.

Para los análisis, se consideraron dos etapas, las que permiten identificar y discutir acerca de la distancia entre lo esperado (*a priori*) y los resultados del trabajo desarrollado por los estudiantes. Para lo anterior, se consideró la distinción de etapas que realiza la investigación de [Henríquez-Rivas et al. \(2021\)](#), la cual ha sido adaptada para este estudio.

Etapas 1. ETM idóneo potencial. Corresponde a los análisis de tareas una vez diseñadas y validadas. Esta fase permitió conocer los alcances y limitaciones que pueden poseer las respuestas en cada tarea, realizar adaptaciones considerando la experiencia docente y conocimientos teóricos de las investigadoras.

Etapas 2. ETM personal de los estudiantes. Corresponde a los análisis de la actividad producida en la implementación de la propuesta de tareas y se refiere a lo efectivamente realizado por cada grupo de estudiantes. De los análisis en esta fase se describen tipos de respuestas, inspirados en

la clasificación reportada en el trabajo de [Henríquez-Rivas y Kuzniak \(2021\)](#).

Los análisis de las etapas descritas se apoyan en una metodología basada en el ETM ([Kuzniak y Nechache, 2021](#)), a fin de describir y analizar las principales acciones en la realización de la tarea, que considera:

1. *Identificación de los episodios de trabajo.* Basados en la identificación del trabajo del sujeto que desarrolla una determinada tarea, en dicho trabajo son reconstruidos los principales episodios de forma secuencial.
2. *Análisis teórico.* A partir de la descripción del trabajo desarrollado, se analizan e interpretan tanto la identidad profesional de la especialidad como las circulaciones observadas en términos del ETM. Estos análisis contemplan el uso de un protocolo teórico ([Henríquez-Rivas et al., 2021](#)), con descriptores relacionados con criterios que se refieren a las génesis y sus componentes respectivas y, adicionalmente, para la relación con la educación técnica profesional, se consideran características propias de la identidad profesional en la especialidad administración (tabla 1).

Tabla 1. *Protocolo para el análisis del ETM personal en un entorno interdisciplinar*

Crterios para el análisis	Descripción
Circulación en el ETM	
Génesis y componentes	Se identifica la presencia de las distintas génesis (semiótica, instrumental, discursiva) y de los distintos componentes de cada plano (epistemológico y cognitivo) utilizados.
Planos verticales	Se identifica la dinámica presente entre las génesis por medio de los planos verticales: [Sem-Ins], [Ins-Dis], [Sem-Dis], que son movilizados en la resolución de la tarea.
Interdisciplinariedad	
Identidad profesional en la especialidad	Se reconoce la aparición y uso de nociones relacionadas con la especialidad administración en la resolución de la tarea y que se utilizan en el trabajo matemático del grupo que resuelve.

Nota: fuente propia de la investigación.



En relación con las estrategias de triangulación (Denzin, 1978), se usó la *triangulación de datos* basada en la validación interna contemplada en las etapas 1 y 2 descritas (Artigue, 1988). Además, se considera la *triangulación del investigador*, dada por la experiencia y formación de los autores, dos doctoras en didáctica de las matemáticas especialistas en el ETM, con distinta formación y experiencia, quienes se desempeñan en universidades como formadoras de profesorado de matemáticas, y una profesora de matemáticas de educación técnica profesional con formación de

postgrado en educación. Todas las investigadoras cuentan con formación pedagógica.

Presentación de la tarea

La tarea que se presenta está contextualizada en la especialidad de administración, la cual favorece la relación entre la especialidad y conceptos matemáticos estudiados en la escolaridad, tales como proporcionalidad y ecuaciones de primer grado. La tarea consta de una secuencia de tres subtareas (*t.a*, *t.b*, *t.c*), que se muestran a continuación (recuadro 1).

Gráfico 1. *Sueldos imponible de trabajadores*

El gráfico muestra la composición de los sueldos imponibles de diferentes empleados de la Empresa Hnos. M&S Ltda.

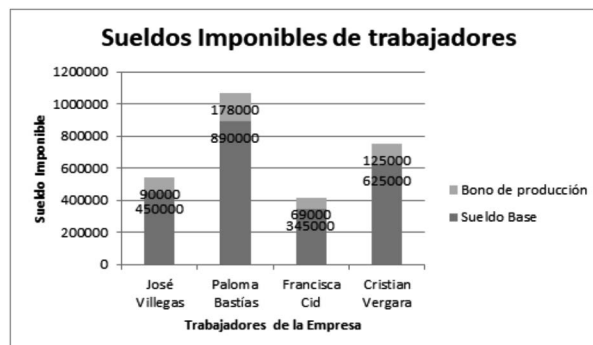


Figura 2. *Sueldos Imponibles de Trabajadores*
Fuente propia de la Investigación.

t.a: ¿Cuál es el porcentaje de aumento al sueldo base por concepto de comisión de producción de cada trabajador?

t.b: El sueldo imponible se compone por el sueldo base y bono de producción, ¿qué es más conveniente, aumentar un 5 % el sueldo base o un 5 % el bono de producción? ¿Ocurre siempre lo mismo si se aplica esto a los demás trabajadores? Justifica tu respuesta.

t.c: ¿Cuál es el sueldo líquido de José Villegas si se encuentra afiliado a la AFP* Provida (10 % más cotización adicional de 11,45 %) y a Fonasa (7 %)?

* En Chile, el sistema de AFP corresponde a las administradoras de los fondos de pensiones de los trabajadores. Fonasa es un organismo público encargado de recaudar, administrar y distribuir los dineros estatales destinados a salud.

Recuadro 1. *Tarea sobre identificación de los sueldos imponibles*

Fuente propia de la investigación.



Etapa 1: ETM idóneo potencial

Considerando la metodología anteriormente descrita para cada subtarea, primero, se identifican los episodios de trabajo y se describe la secuencia de acciones del trabajo matemático, luego, se presenta un análisis teórico basado en los criterios propuestos en el protocolo (tabla 1).

(t.a): En esta subtarea se observan cuatro episodios de trabajo: E1, *planteamiento de una proporción directa para cada trabajador*; E2, *uso de la propiedad fundamental de las proporciones*; E3, *resolver una ecuación lineal*; E4, *relacionar cada resultado con la respuesta en el contexto dado*. En E1, el estudiante puede utilizar diversas estrategias para el cálculo de porcentajes, se considera el uso de las proporciones, lo que lleva a E2, y el uso de la propiedad fundamental de las proporciones igualando medios con extremos, de lo cual se tiene:

$$100 \cdot 90.000 = x \cdot 450.000$$

Luego, en E3, se despeja la incógnita para resolver la ecuación de primer grado que se estableció con el planteamiento de la proporción:

$$x = \frac{100 \cdot 90000}{450000} = 20$$

Para calcular los demás sueldos, se realiza el mismo procedimiento, considerando el salario de cada uno, lo que conduce a E4 a interpretar los datos obtenidos para responder que el porcentaje de aumento por bono de producción corresponde al 20 % del sueldo de cada trabajador.

De acuerdo a la teoría adoptada, en el desarrollo de *t.a* se observa una activación en el polo referencial al momento de utilizar

la proporción directa (E1), con el uso de la noción de porcentaje y la definición de proporción directa establecida en el currículo escolar (Mineduc, 2015).

En el proceso de trabajo con la proporción directa se despliega la necesidad de trabajar con porcentajes y números asociados al sueldo (dinero), lo cual involucra cálculos aritméticos, permitiendo visualizar el objeto matemático, activando la génesis semiótica. Posteriormente, se resuelve la proporción directa con el uso de la propiedad fundamental de la proporcionalidad (E2) considerada como un artefacto simbólico, lo cual activa la génesis instrumental.

Luego, se activa la génesis semiótica en coordinación con la génesis instrumental, al despejar la incógnita de la ecuación de primer grado que se plantea (E3), utilizando diferentes tratamientos aritméticos-algebraicos y así obtener el valor deseado que permitirá responder a la tarea. En esta fase se activa el plano vertical [Sem-Ins]. En E4 demanda la activación de la visualización de los resultados obtenidos y su relación con los razonamientos discursivos para dar respuesta e interpretar esos datos que provienen de un contexto vinculado con la administración, lo que activa el plano [Sem-Dis].

En cuanto a los conocimientos asociados con la identidad profesional en la especialidad, las nociones claves en este caso se relacionan con el sueldo base y comisión de producción.

(t.b): Esta tarea permite identificar seis episodios: E1, *interpretación de la situación en el contexto dado*; E2, *planteamiento de una proporción directa*; E3, *uso de propiedad fundamental de las proporciones*; E4, *resolver una ecuación lineal*; E5, *relacionar cada resultado con la respuesta en el contexto dado*; E6, *justificación de la conclusión*.



En E1 es necesario relacionar el contexto de la subtarea con lo establecido en la anterior (*t.a*), es decir, considerar que el bono de producción equivale a un 20 % del sueldo base y, que el sueldo imponible está compuesto por el sueldo base más el bono de producción. Luego, al considerar el caso del sueldo base de Francisca Cid de \$345.000 (tabla 3) y al ser aumentado en un 5 % corresponde a \$362.250, lo que se obtiene de los episodios de trabajo E2, E3 y E4.

Una vez establecido el nuevo sueldo base se realiza el cálculo del bono de producción aplicando el 20 %, en donde el trabajo involucra nuevamente los mismos episodios anteriores (E2, E3 y E4). De este modo, en E5 se obtiene que el sueldo imponible corresponde a la suma del sueldo aumentado en un 5 % más el bono de producción, lo que corresponde a $\$362.250 + \$72.450 = \$434.700$.

Por otra parte, si mantenemos el sueldo base de Francisca Cid de \$345.000 y se aumenta el bono de producción de 20 % a un 25 %, el sueldo imponible corresponde a $\$345.00 + \$86.250 = \$431.250$, lo que se asocia con los episodios E2, E3, E4 y E5, tal como se mostró en los cálculos del párrafo anterior.

Finalmente, los cálculos realizados evidencian que es más conveniente aumentar el sueldo base un 5 %, ya que, desde el sueldo imponible se obtiene una cantidad más alta. De la misma manera, se debe aplicar el 5 % a los otros trabajadores a su sueldo base y calcular el bono de producción para obtener cada sueldo imponible. La respuesta se puede justificar por la definición de proporcionalidad directa, lo que se relaciona con el episodio E6.

En cuanto a los análisis basados en la perspectiva teórica, según E1, la subtarea requiere relacionar un contexto propio

de la especialidad, donde el conocimiento y uso de los términos de la administración son fundamentales para continuar, por ejemplo, distinguir los tipos de sueldo. Asimismo, es necesario relacionarlos con conocimientos matemáticos presentes para el paso a E2.

Este episodio del trabajo requiere del uso de la noción de porcentaje, lo que implica establecer una proporción directa que relacione porcentajes y dinero, esto activa el polo referencial de la génesis discursiva. Lo anterior, involucra operaciones aritméticas, permitiendo visualizar el objeto matemático (números), activando la génesis semiótica (plano [Sem-Dis]).

La proporción directa se resuelve con el uso de la propiedad fundamental (E3) de la proporcionalidad igualando medios y extremos, esta propiedad se considera un artefacto simbólico, lo cual activa la génesis instrumental. Posteriormente, se despeja la incógnita de la ecuación de primer grado que se plantea (E4), utilizando diferentes tratamientos aritméticos-algebraicos para así obtener el valor monetario del porcentaje de aumento en el sueldo y en el bono de producción. Esta fase activa el plano [Sem-Ins].

Finalmente, se debe concluir una respuesta acorde a lo solicitado en la tarea (E4), mostrando un razonamiento discursivo a partir de los tratamientos realizados con el objeto matemático, propiciando la activación del plano [Ins-Dis]. Estos resultados matemáticos se deben relacionar con el contexto dado de la especialidad (E5) y, finalmente, desarrollar un razonamiento discursivo para su justificación (E6), lo que activa la génesis discursiva.

De este modo, los conocimientos en relación con la identidad profesional en la especialidad para dar respuesta son: sueldo base, sueldo imponible y bono de producción.



(t.c): En este caso se identifican cinco episodios: E1, *planteamiento de la proporción directa del trabajador*; E2, *aplicación de la propiedad fundamental de las proporciones*; E3, *despejar una ecuación lineal*; E4, *calcular el sueldo líquido del trabajador*; E5, *relacionar el resultado con la respuesta en el contexto dado*. En E1, se plantea la proporción directa asociada con el trabajador José Villegas, quien tiene un sueldo imponible de \$540.000, lo que lleva a calcular los descuentos previsionales correspondientes. En E2, para los descuentos de Fonasa, se procede de la siguiente manera:

$$100 \cdot x = 7 \cdot 540.000$$

En E3, se despeja la incógnita de la ecuación de primer grado que se estableció con el planteamiento de la proporción, es decir:

$$x = \frac{540.000 \cdot 7}{100} = 37.800$$

De manera similar, para realizar el descuento establecido por la AFP Provida (11,45 %), se considera el mismo sueldo imponible (E2), lo que implica resolver la ecuación (E3):

$$10 \cdot x = 11,45 \cdot 540.000$$

Luego, se suman ambos descuentos previsionales (Fonasa y Provida):

$$\$37.800 + \$61.830 = \$99.630$$

En E4, se resta el total de descuentos al sueldo imponible:

$$\$540.000 - \$99.630 = \$440.370$$

Finalmente, el sueldo líquido de José Villegas es \$440.370, lo que se asocia con E5.

Desde el análisis teórico, la tarea se inicia activando el referencial por el uso de la noción de porcentaje (E1) y la definición de proporción directa. Esta etapa requiere proponer una proporción directa que relacione porcentajes y dinero, lo que involucra operaciones aritméticas simples y la visualización de la información presentada en un gráfico, lo que activa la génesis semiótica.

Luego, la resolución de la proporción directa se realiza con el uso de la propiedad fundamental de la proporcionalidad (E2) que se ha considerado un artefacto simbólico, permitiendo calcular un valor desconocido, activando la génesis instrumental. La realización de esta tarea involucra despejar la incógnita de la ecuación de primer grado (E3) que se plantea, utilizando tratamientos aritméticos-algebraicos y así obtener el valor solicitado, lo que activa el plano [Sem-Ins].

Finalmente, al calcular el sueldo líquido de José Villegas (E4) e interpretar ese valor en el contexto de la tarea (E5), se privilegia principalmente, la génesis semiótica por los tratamientos aritméticos y génesis discursiva que permiten dar respuesta a la tarea, lo cual se asocia con el plano vertical [Sem-Dis].

En cuanto a los conocimientos relacionados con la identidad profesional en la especialidad para dar respuesta en este caso son: sueldo líquido, cotización, AFP, Fonasa.

Etapas 2: ETM personal de los estudiantes

Los resultados que se presentan corresponden al ETM personal de estudiantes según el tipo de respuestas, para lo cual ocho grupos han trabajado en las tareas *a* y *b*, y siete en la *c*, los que serán detallados en cada



tarea (G1, G2, etc.). Para esto, el apoyo está en las tipologías descritas en [Henríquez-Rivas y Kuzniak \(2021\)](#): (1) *tipo estándar* es el trabajo que reúne características comunes por la mayoría de los participantes; (2) *tipo incompleto* se refiere a un trabajo matemático que no completa del todo lo que la tarea solicita; (3) *tipo bloqueo o dificultad* alude a la presencia de error en el trabajo o en alguna etapa del trabajo, o bien, un problema que dificulta u obstaculiza el trabajo ([Henríquez-Rivas y Montoya-Delgadillo, 2016](#)).

Para estos efectos, se ha seleccionado una tipología asociada con una de las tres subtareas, es decir, correspondiente al *tipo estándar* se presentan resultados asociados con (t.a); de *tipo incompleto* se analizan resultados de la subtarea (t.b); de *tipo de bloqueo o dificultad* se muestran análisis relativos con (t.c).

(t.a): En las respuestas consideradas de *tipo estándar*, correspondientes a la subtarea a, desarrollada por todos los grupos, de los cuales se presentan dos grupos de trabajo, G6 y G7. En las respuestas se evidencian dos episodios: E1, *establecer una razón entre el sueldo y el bono* y E2, *resolución de una proporción directa por medio de la regla de tres simple*.

En E1, se determina el porcentaje equivalente al bono de producción, los estudiantes realizaron cálculos aritméticos, en donde establecen una razón entre el bono de producción y el sueldo base (ver figura 3). En E2 se presenta otra estrategia utilizada, en la cual los estudiantes relacionan

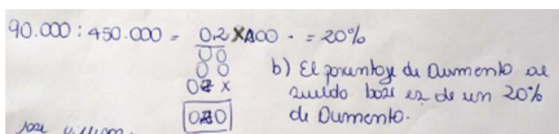


Figura 3. Respuesta de G6 para subtarea a. Fuente propia de la investigación.

valores y porcentajes, relación sueldo-bono, por medio del planteamiento de una proporción directa, tal como se puede observar en la figura 4.

En ambas estrategias expuestas, E1 y E2, es posible observar que los estudiantes poseen un referencial común, en relación con el manejo de las nociones de razón y proporción directa, implícitamente, dado que durante la sesión no era clara la completa comprensión del uso de estas estrategias. Además, como parte del referencial, aparece el concepto de regla de tres simple, que es la estrategia utilizada para la resolución de la proporción directa establecida. Se destaca que G6 considera un episodio adicional (E3), *relacionar el resultado con la respuesta en el contexto dado*.

Específicamente en E1, se nota el uso de la noción *razón* al relacionar el bono de producción y el sueldo base, activando el componente del referencial, determinando un factor que se multiplica por 100 partes de un todo, y así, obtener el porcentaje deseado. El uso de tratamientos de tipo aritmético podría propiciar la activación de la génesis semiótica.

Por su parte, en E2 se establece una proporción directa relacionando sueldo y porcentaje, esto activa el referencial. Posteriormente, los estudiantes resuelven la proporción por medio de una regla (comúnmente llamada regla de tres simple), que no se justifica en el referencial, considerándose un método sintético de resolución. El uso de esta regla como artefacto simbólico, implica

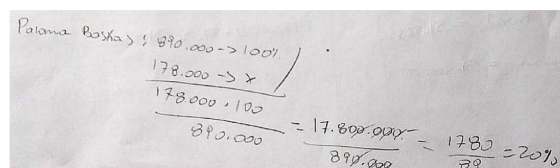


Figura 4. Respuesta de G7 para subtarea a. Fuente propia de la investigación.



realizar ciertos tratamientos aritméticos para obtener el valor del porcentaje, esto implica considerar la génesis semiótica y la instrumental.

En definitiva, en términos del marco teórico, tanto en E1 y E2 se activa la componente del referencial y el plano [Sem-Ins]. Adicionalmente, G6 activa la génesis discursiva en E3.

Finalmente, siguiendo con el protocolo de análisis (tabla 1), el desarrollo de esta tarea permite posicionar al estudiante en nociones fundamentales asociadas con la especialidad que estudia, sueldo base y comisión de producción, coincidentes con el análisis previo del ETM idóneo potencial. Un ejemplo que ilustra esta relación es la asociación de la regla de tres simple con el bono de producción y sueldo base, lo cual presenta un ejemplo de acercamiento a la profesión de administración.

(t.b): Las respuestas de tipo *incompleta*, correspondientes a la subtarea *b*, las que se identifican en cinco grupos de trabajo de estudiantes; G1, G2 y G3, G7 y G8. En los cuales se ha reconocido un episodio: E1, *conclusión del razonamiento argumentativo*, aquí la respuesta del grupo (G2) muestra un razonamiento lógico simple en la resolución de esta actividad, explica de forma sencilla que, si el sueldo base es un valor más alto que el bono de producción, al calcular el porcentaje de 5 % sobre este, la ganancia para el trabajador será directamente más alta. Lo anterior, implica una generalización de la situación (ver imagen 5).

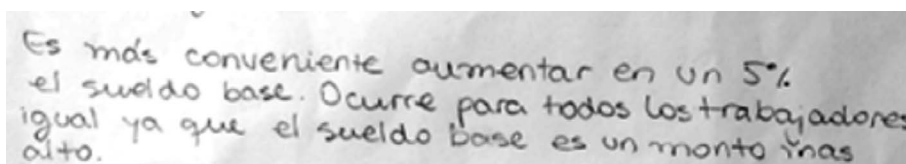


Figura 5. Respuesta de G2 para la subtarea *b*.
Fuente propia de la investigación.

El razonamiento propuesto por los estudiantes implica establecer una relación directa entre los valores comparados, es decir, implícitamente estima que, si una variable aumenta, la otra también. Lo que podría dar cuenta de la activación de la componente cognitiva de la prueba, relacionada con la prueba pragmática en el sentido de Balacheff (1987).

Específicamente, en E1, la tarea propicia la activación de la génesis discursiva, sin justificación de la lógica utilizada para dar respuesta, y esta proporciona un asentamiento en la componente del referencial del plano epistemológico, aunque el trabajo realizado es incipiente para favorecer la activación de la prueba, igualmente, se dan indicios argumentativos que pueden mejorar la justificación de la resolución, por lo que sí se podría considerar la activación de la génesis discursiva.

Finalmente, en concordancia con el protocolo de análisis (tabla 1), el desarrollo de la tarea *b* ofrece la posibilidad de argumentar al grupo de estudiantes, de tal manera que estos deben entregar una respuesta coherente a la situación expuesta, cuya respuesta marca una distancia con lo planteado en el ETM idóneo potencial. En términos generales, este tipo de actividad está directamente relacionado con su profesión, debido a que constantemente están expuestos a resolver situaciones que implicarán un análisis y explicación fundamentada, en este caso asociada con el sueldo base.

(t.c): Las respuestas de tipo *bloqueo o dificultad*, correspondientes a la subtarea *c*, se han identificado solamente en el G8 de trabajo. En dicha tarea se



identifican dos episodios: E1, *identificación de datos y resolución del porcentaje* y E2, *determinación del sueldo líquido*. En E1, la respuesta del grupo muestra la recopilación e identificación que ayudarán a resolver la situación, posteriormente, calculan el porcentaje de la AFP y de Fonasa sobre el sueldo imponible. En E2, obtienen el sueldo líquido, para lo cual suman el sueldo imponible y el total de descuentos, lo cual estaría errado (ver figura 6).

Explícitamente, en E1 muestran operatorias básicas usadas para obtener el total de descuentos previsionales, sumando el valor de la AFP y de Fonasa, asimismo, análogamente, para E2 realizan el mismo procedimiento entre el sueldo imponible y el total de descuentos, errando en este último, dado que debían realizar una resta entre ambos conceptos.

Específicamente, en E1 al extraer datos del enunciado de la actividad, visualizan la información necesaria para utilizarla en los cálculos que se requiera hacer, lo cual activa la génesis semiótica. Posteriormente, se muestra el uso de la noción porcentaje activando el polo referencial. Para obtener los porcentajes deseados, los estudiantes utilizan una serie de tratamientos aritméticos apoyados por una calculadora (artefacto), lo cual permite una coordinación en la génesis instrumental. Finalmente, se puede

señalar que en E1 se activa el plano [Sem-Ins] junto al polo del referencial.

Por su parte, en E2 se observa que, para concluir y determinar el sueldo líquido, los estudiantes suman el sueldo imponible y los descuentos, utilizando tratamientos de tipo aritmético con el objeto matemático, activando solo la génesis semiótica. Cabe señalar, que el razonamiento utilizado por los estudiantes es erróneo, dando cuenta de un *referencial erróneo* en la resolución de la tarea.

Por último, cabe señalar que los estudiantes se posicionan en una situación en la cual deben obtener cálculos asociados a un sueldo líquido, cotización, AFP y Fonasa, tal como se esperaba en el ETM idóneo. Empero, en la realización de los cálculos, ejecutan operaciones de forma errada, lo que nos alerta y da cuenta de la necesidad constante de incorporar tareas que involucren diversos casos asociados con la profesión.

En este sentido, el problema propuesto posiciona al estudiante en un contexto profesional cercano, que va arraigando su identidad profesional en el ejercicio práctico del aula, previo a su desarrollo técnico profesional, lo cual requiere la coordinación de las dos disciplinas en juego.

Discusión y conclusiones

Los resultados muestran cómo el trabajo de estudiantes en formación secundaria TP integran conocimientos matemáticos en su especialidad (administración), al resolver una propuesta didáctica elaborada para que ambas disciplinas colaboren mutuamente. Este

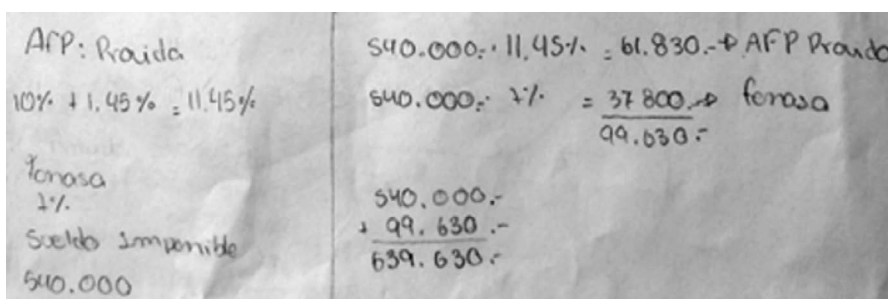


Figura 6. Respuesta de G8 para la subtarea c. Fuente propia de la investigación.



aspecto se pone en evidencia en investigaciones como la de Blum y Borromeo-Ferri (2009), al presentar tareas que demandan una resolución situada en el contexto de la vida cotidiana y las proporciones. Para ilustrar y apoyar la discusión, la tabla 2 resume los análisis según la tarea presentada, que consta de tres subtareas.

Al observar la tabla 2, se puede notar que en la situación propuesta a los estudiantes desde la perspectiva del trabajo matemático, existe una distancia entre lo previsto y lo que efectivamente, realizan en el trabajo en grupos, pues en las tres subtareas analizadas *a priori*, se observa escasa coincidencia entre los episodios y el tipo de trabajo

matemático que ejecutan en el aula, en términos de las componentes, génesis y planos verticales activados, prevaleciendo el desarrollo de la génesis semiótica, lo cual podría deberse a una falta de apropiación que poseen con los aspectos teóricos matemáticos, lo que se observa en la falta de activación con la componente del referencial y la activación de la génesis discursiva.

Sin embargo, en el caso de los conceptos asociados con la especialidad, se evidencia que esto no es una dificultad, ni se trata de nociones desconocidas o alejadas para los estudiantes. Por ello, se piensa que este tipo de actividades integradas son necesarias para la formación técnica,

Tabla 2. Resumen ETM idóneo potencial y ETM personal de los estudiantes en un entorno interdisciplinar

Tareas y episodios	Tipificación de elementos teóricos (ETM) y de la especialidad (administración) integrados						
	ETM*			Identidad profesional			
	GS	GI	GD	Especialidad administración			
			Planos verticales				
			S-I	S-D	I-D		
ETM potencial <i>t.a</i>	Episodio 1	x				Sueldo base y comisión de producción	
	Episodio 2		x				
	Episodio 3	x	X		x		
	Episodio 4	x		x	x		
ETM personal <i>t.a</i>	Episodio 1	x				Sueldo base y comisión de producción	
	Episodio 2	x	X	x	x		
			(G6)				
ETM potencial <i>t.b</i>	Episodio 1					Tipos de sueldo, bono de producción	
	Episodio 2	x		x	x		
	Episodio 3		X				
	Episodio 4	x	X		x		
	Episodio 5		X	x			x
	Episodio 6			x			
ETM personal <i>t.b</i>	Episodio 1		x			Tipos de sueldo, bono de producción	
ETM potencial <i>t.c</i>	Episodio 1	x				Tipos de sueldo, cotización, AFP, Fonasa	
	Episodio 2		X				
	Episodio 3	x	X		x		
	Episodio 4	x					
	Episodio 5	x		x			x
ETM personal <i>t.c</i>	Episodio 1	x	X		x	Tipos de sueldo, cotización, AFP, Fonasa	
	Episodio 2	x					

*Claves en ETM GS: génesis semiótica. GI: génesis instrumental. GD: génesis discursiva. Planos verticales: S-I, semiótico-instrumental; S-D, semiótico-discursivo; I-D, instrumental discursivo.

Nota: fuente propia de investigación.



especialmente en la asignatura de matemáticas, en la cual se requiere del estudio de conceptos y ejecución de tareas que cobren sentido para el desarrollo profesional de los estudiantes.

En este sentido, el trabajo de los profesores en el aula es fundamental para propiciar instancias de integración entre disciplinas diferentes y, en el caso de la educación TP, disciplinas que provienen de las especialidades. Asimismo, esto se trata de un asunto que puede ser abordado en la formación del profesorado, donde se diseñen, implementen y analicen propuestas didácticas que generen instancias de interdisciplinariedad de las matemáticas con otras disciplinas asociadas con las especialidades de la formación TP, tal como se ha podido evidenciar en investigaciones que estudian el desempeño de futuros profesores frente a tareas que involucran las nociones de razón y proporción (e. g. [Monje y Gómez, 2019](#); [Valverde y Castro, 2009](#)).

Al observar la tabla 2, un aspecto a destacar tiene relación con la escasa aparición del trabajo discursivo por parte de los estudiantes. Si bien era deseable que la justificación y comunicación de razonamientos discursivos fuera parte del trabajo matemático, su aparición es escasa y, en el caso del trabajo de los estudiantes en *t.b*, el enunciado plantea explícitamente la justificación.

En cuanto a la génesis semiótica, se trata de la más activada tanto desde el trabajo previsto, como por parte de su aparición en el ETM personal de los estudiantes. No obstante, como ya se ha planteado, se constata una distancia entre lo esperable y lo efectivamente realizado. Esto ocurre de manera similar para las otras dos génesis, en donde el trabajo exhibido por los estudiantes es menos robusto y completo que lo esperado.

A modo general, de los análisis se puede subrayar que los estudiantes resuelven los porcentajes y la proporcionalidad implicada, utilizando un método que permite reconstruir un suceso de forma resumida, el cual es un método sintético que corresponde en la mayoría de las ocasiones a utilizar la llamada *regla de tres simple*, la que no se justifica y solo se usa en procedimientos y operaciones aritméticas. Este método algorítmico de resolución es utilizado con frecuencia para resolver tareas sobre proporcionalidad ([Monje y Gómez, 2019](#)).

Otro método sintético utilizado por los estudiantes es realizar operatorias básicas como multiplicación y división, lo cual activa el plano [*Sem-Ins*], interactuando con signos y herramientas. Un hecho que llama la atención es que los otros dos planos verticales no aparecen en el ETM personal de los estudiantes, lo que da cuenta de un trabajo matemático debilitado, aun cuando las tareas tienen la intención de favorecerlos.

En la subtarea *a* se solicita a los estudiantes realizar una conversión de un gráfico a una tabla, ellos demuestran comprensión en dicha tarea, dado que los ocho grupos responden de forma estándar y correcta. Esta labor es desarrollada por todos los alumnos, por lo que se ha asociado con la tipología *estándar*. Aquí el ETM personal de los estudiantes circula por el plano [*Sem-Ins*].

En la subtarea *b*, las respuestas se han asociado con la tipología *incompleta* y los estudiantes activan la génesis discursiva. En la subtarea *c*, que vincula las producciones de los estudiantes con el tipo *bloqueo o dificultad*, se logra de forma parcial en relación con lo previsto y se activa el plano [*Sem-Ins*].

También, es posible inferir que los estudiantes de administración muestran dificultad en el trabajo matemático asociado con los gráficos por la falta de relación



con los datos propuestos en los enunciados de cada tarea, esto puede ser causado por la falta de actividades asociadas a la interpretación de gráficos en las diferentes asignaturas y módulos de la especialidad de administración. Lo que permite sugerir la necesidad de ampliar la gama de actividades de aprendizaje para los estudiantes y la consideración del análisis de gráficos para integrar la matemática con la especialidad.

Cabe señalar, que la tarea (*t.c*) del tipo bloqueo o dificultad da cuenta de un referencial errado por parte de los estudiantes, incluso apoyándose del uso de la calculadora, lo cual es interesante en términos teóricos, ya que hasta donde se sabe el ETM no considera esta variante del conocimiento. Pudiendo ser una potencial proyección el ahondar en este tipo de referencial *erróneo* y reflexionar sobre qué acciones se podrían considerar para redireccionar a un referencial apropiado.

A partir de los resultados y limitaciones que surgieron durante el desarrollo de la investigación, se plantean algunas proyecciones para futuros estudios:

1. Crear material didáctico para la educación TP, por ejemplo, libros de texto que consideren contextos de las especialidades.
2. Formación del profesorado en nuevas estrategias de enseñanza que incluyan la articulación entre matemática y las especialidades, para poder dar mayor sentido al aprendizaje en contextos cercanos en la educación TP.
3. Desarrollar propuestas didácticas interdisciplinarias que consideren diversas especialidades de la formación TP, articulada con otras asignaturas (en este caso matemáticas) y su estudio desde el ETM u otras perspectivas teóricas *ad hoc*.

4. Analizar evidencia empírica en contexto de educación TP, como lo que se ha presentado en esta investigación que considere la integración de otras nociones matemáticas con las especialidades de dicha modalidad formativa.

Este trabajo se presenta como un ejemplo que podría ser utilizado para su estudio en la formación inicial docente de matemáticas. Al respecto, se reporta la necesidad de formación del profesorado que incorpore estos (y otros) elementos que son relevantes en el nivel regional (Unesco, 2015; Vásquez *et al.*, 2020).

O bien, la ampliación del estudio para la integración de la matemática con otras disciplinas (Camacho-Elizondo *et al.*, 2022) y, en específico, con especialidades de la formación técnica profesional, donde los temas matemáticos y la especialidad podrían ser modificados, por ejemplo, con uso de tecnologías propios de cada especialidad, o con atención al diseño de tareas (Margolinas, 2013), lo cual parece un camino factible de continuar desarrollando.

Finalmente, se plantea la idea de ahondar en esta línea de investigación que contempla poner atención en la educación matemática interdisciplinar, en particular, dirigida a la educación TP. Se propone que este enfoque se debe trabajar en el aula, lo cual depende en gran medida de la formación del profesorado y de la preparación de estos para el desarrollo de innovaciones interdisciplinarias (Blum y Borromeo-Ferri, 2009).

De este modo, el enfoque interdisciplinario implica un reto en el nivel amplio en términos de tipos de ETM (idóneo, personal y de referencia), tanto en la formación del profesorado, los profesores en servicio, los estudiantes, el currículo, como el material didáctico adecuado para su desarrollo en las aulas.



Agradecimiento

Este trabajo está vinculado a la Red MTSK de la Asociación Universitaria Iberoamericana de Posgrado (AUIP).

Las autoras agradecen a los revisores y al editor Dr. Yuri Morales López por sus comentarios y sugerencias, que ayudaron a mejorar la versión de este escrito.

Carolina Henríquez Rivas agradece el financiamiento a ANID, Proyecto Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico de Iniciación 2023, folio 11230523, Chile. Partially funded by UCM-IN-22210 internal grant.

Paula Verdugo-Hernández agradece el financiamiento a ANID, Proyecto Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico de Iniciación 2023, folio 11230240.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener algún conflicto de interés.

Declaración de la contribución de los autores

Todas las autoras afirmamos que se leyó y aprobó la versión final de este artículo.

El porcentaje total de contribución para la conceptualización, preparación y corrección de este artículo fue el siguiente: C.H.R 35 %, P.V.H. 35 %, Y.V.B. 30 %.

Declaración de disponibilidad de los datos

Los datos que respaldan los resultados de este estudio serán puestos a disposición por las autoras previa solicitud razonable.

Referencias

- Ander-Egg, E. (1999). *Interdisciplinarietà en Educação*. Editorial Magisterio del Río de la Plata.
- Arancibia, M., Miranda, Ch., Pérez, H. y Koch, T. (2008). Necesidades de formación permanente de docentes técnicos. *Estudios Pedagógicos*, XXXIV(1), 7-26. <https://doi.org/10.4067/s0718-07052008000100001>
- Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherche En Didactique Des Mathématiques*, 9(3), 281-308. <https://revue-rdm.com/1988/ingenierie-didactique-2/>
- Arya, J. C. y Lardner, R. W. (1992). *Matemáticas aplicadas a la Administración y a la Economía*. Prentice Hall Hispanoamericana.
- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, 18(2), 147-176. <https://doi.org/10.1007/BF00314724>
- Barlow, M. (1993). *Le travail en groupe des élèves*. Armand Colin Editeur.
- Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C. y Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 247-273. <https://doi.org/10.1023/A:1003235712092>
- Blum, W. y Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Boavida, A. M., y Da Ponte, J. P. (2011). Investigación colaborativa: potencialidades y problemas. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 125-135. <https://revistas.udea.edu.co/index.php/revistaeypp/article/view/8712>
- Bucarey, A. y Urzúa, S. (2013). El retorno económico de la educación media Técnico Profesional en Chile. *Estudios Públicos, Centro de Estudios Públicos*, 0(129), 1-48. <https://doi.org/10.38178/cep.vi129.282>
- Camacho-Elizondo, M., Batista-Menezes, D., Mora-Bolaños, R., Vega-Baudrit, J., y Montes de Oca-Vásquez, G. (2022). Estrategia de difusión de la nanotecnología: Enseñanza interdisciplinaria a profesores de educación primaria. *Uniciencia*, 36(1), 1-13. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.3>



- Capone, R., Rogora, E. y Tortoriello, F. S. (2017). La matematica come collante culturale nell'insegnamento. *Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana*, 2(3), 293–304. <http://eudml.org/doc/290387>
- Carrillo, O., y Jurado, P. (2017). La educación técnico profesional y las competencias para la ciudadanía. El caso de las comunas de la provincia de Concepción, Chile. *Calidad en la Educación*, 133-164. <https://doi.org/10.4067/s0718-45652017000100133>
- Clark, M. R., Berenson, S. B. y Cavey, L. O. (2003). A comparison of ratios and fractions and their roles as tools in proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 297–317. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(03\)00023-3](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00023-3)
- De Asís Blas, F., y Planells, J. (2009). *Retos actuales de la educación técnico-profesional*. OEI y Fundación Santillana.
- Delfino, A. y Pérez, C. (2006). Interdisciplinariedad en la Educación Técnica Profesional. *Edu-Sol*, 6(17), 1-12. <https://www.redalyc.org/pdf/4757/475748656001.pdf>
- Denzin, N. K. (1978). *The Research Act: A Theoretical Introduction to Sociological Method* (2.^a ed.). McGraw-Hill.
- Doig, B. y Williams, J. (2019). Introduction to Interdisciplinary Mathematics Education. In: B. Doig et al. (eds.), *Interdisciplinary Mathematics Education, ICME-13 Monographs* (pp. 1-6). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-11066-6_1
- Epstein, S. L. (2005). *Interdisciplinary collaboration: An emerging cognitive science*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Escobar-Pérez, J. y Cuervo-Martínez, Á. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización. *Avances en Medición*, 6, 27–36.
- Fernández, C. y Llinares, S. (2012). Características del desarrollo del razonamiento proporcional en la educación primaria y secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 30(1), 129–142. <https://doi.org/10.5565/rev/ec/v30n1.596>
- Gómez-Chacón, I. M., Kuzniak, A. y Vivier, L. (2016). El rol del profesor desde la perspectiva de los espacios de trabajo matemático. *Bolema*, 30(54), 1-22. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a01>
- Henríquez-Rivas, C. y Kuzniak, A. (2021). Profundización en el trabajo geométrico de futuros profesores en entornos tecnológicos y de lápiz y papel. *Bolema*, 35(71), 1550-1572. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a15>
- Henríquez-Rivas, C. y Montoya-Delgado, E. (2016). El trabajo matemático de profesores en el tránsito de la geometría sintética a la analítica en el liceo. *Bolema*, 30(54), 45-66. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a03>
- Henríquez-Rivas, C., Guerrero-Ortiz, C. y Ávila, A. (2021). Trabajo matemático de profesores universitarios: Heurísticas de solución de una tarea. *Educación Matemática*, 33(3), 233-262. <https://doi.org/10.24844/em3303.09>
- Henríquez-Rivas, C., Kuzniak, A. y Masselin, B. (2022). The idoine or suitable MWS as an essential transition stage between personal and reference mathematical work. En A. Kuzniak et al. (eds.). *Mathematical work in educational context: The perspective of the theory of Mathematical Working Spaces* (pp. 121-146). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8_6
- Henríquez-Rivas, C., Ponce, R., Carrillo Yáñez, J., Climent, N. y Espinoza-Vásquez, G. (2021). Trabajo matemático de un profesor basado en tareas y ejemplos propuestos para la enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 39(2), 123-142. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3210>
- Ibacache, M. y Merino, C. (2021). Una propuesta de secuencia basada en el contexto, para la promoción de la argumentación científica en el aprendizaje de las reacciones químicas con estudiantes de educación media técnico profesional. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 18(1), 1105. https://doi.org/10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2021.v18.i1.1105
- Klein, J. T. (1990). *Interdisciplinarity: History, theory, and practice*. Wayne State University Press.
- Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16, 9-24. http://perso.irem.univ-paris-diderot.fr/~kuzniak/publi/ETM_FR/Relime_Intro.pdf
- Kuzniak, A. y Nechache, A. (2021). On forms of geometric work: a study with pre-service teachers based on the theory of Mathematical Working Spaces. *Educational Studies*



- in Mathematics*, 106, 271–289. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10011-2>
- Kuzniak, A. y Richard, P. R. (2014). Spaces for mathematical work. Viewpoints and perspectives. *Relime*, 17(4-1), 17–28. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1741b>
- Kuzniak, A., Montoya-Delgadillo, E. y Richard, P. (2022). *Mathematical work in educational context: The perspective of the theory of Mathematical Working Spaces*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8>
- Kuzniak, A., Tanguay, D. y Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction. *ZDM Mathematics Education*, 48, 721-737. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0812-x>
- López, L. (2012). La importancia de la interdisciplinariedad en la construcción del conocimiento. En: *Revista Sophia: Colección de Filosofía de la Educación*. N.º 13. Editorial Universitaria Abya-Yala. <https://doi.org/10.17163/soph.n13.2012.16>
- Margolinas, C. (2013). *Task Design in Mathematics Education*. Proceedings of ICMI Study 22. Oxford. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00834054v2>
- Maturo, Y. (2016). La educación técnico profesional de nivel medio en Argentina y Brasil: Una lectura del marco normativo vigente. *Revista Latinoamericana de Educación Comparada*, 7(10), 66-80.
- Ministerio de Educación de Chile. (2015). *Bases curriculares. 7.º básico a 2.º medio*. Autor. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/654>
- Ministerio de Educación de Chile. (2015). *Programa de estudio Formación Diferenciada Técnico Profesional 3.º y 4.º medio de Educación Media*. Unidad de Currículum y Evaluación. Autor. <https://hdl.handle.net/20.500.12365/317>
- Ministerio de Educación de Chile. (2016). *Bases curriculares. Formación Diferenciada Técnico-Profesional. Especialidades y perfiles de egreso*. Autor. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/2223>
- Ministerio de Educación de Chile. (2017). *Manual de apoyo a la trayectoria educativa para estudiantes de 3.º y 4.º año de Educación Media Técnico-Profesional*. Autor. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/2179>
- Ministerio de Educación de Chile. (2019). *Bases curriculares 3º y 4º medio*. Autor. https://www.curriculumnacional.cl/portal/Curso/Educacion-General/3-y-4-Medio/#tp_20
- Monje, J. y Gómez, B. (2019). Rutas cognitivas de futuros maestros ante una situación comparativa de razones desiguales. *Enseñanza de las Ciencias*, 37(2), 151-172. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2606>
- Pinto, F. y Días, V. (2019). The development of theoretical thinking in professional education: in search of the dialectical sublation of practice. *Educação e Pesquisa*, 45(e201768), 1-18. <https://www.scielo.br/j/ep/a/99GgzG73rxr-CRRDnvx8FSDR/?lang=en&format=pdf>
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Une approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin.
- Reid, J., Forrestal, P. y Cook, J. (1993). *Les petits groupes d'apprentissages dans la classe*. Chronique sociale.
- Robles, P. y Rojas, M. D. C. (2015). La validación por juicio de expertos: dos investigaciones cualitativas en lingüística aplicada. *Revista Nebrija de Lingüística Aplicada*, 18. https://www.nebrija.com/revista-linguistica/files/articulosPDF/articulo_55002aca89c37.pdf
- Rogora, E. y Tortoriello F. (2021). Interdisciplinarity for Learning and Teaching Mathematics. *Bolema*, 35(70), 1086-1106. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a25>
- Ruiz, E. y Valdemoros, M. (2006). Vínculo entre el pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo: el caso de Paulina. *Relime*, 9(2), 299-324.
- Sepúlveda L., Valdebenito, M. J. (2014). Aspiraciones y proyectos de futuro de estudiantes de enseñanza técnica-profesional: ¿Es pertinente un sistema diferenciado en la enseñanza media? *Polis* (Santiago), 13(38), 597-620. <https://doi.org/10.4067/s0718-65682014000200026>
- Sepúlveda, L. (2017). *La educación técnico-profesional en América Latina: retos y oportunidades para la igualdad de género*. Santiago: Naciones Unidas, CEPAL.
- Servat, B. (2017). Origen, trayectoria y efectividad de la formación de enseñanza media técnico profesional en Chile. *Revista História da Educação*, 21(52), 111-135. <https://doi.org/10.1590/2236-3459/67121>



- Sevilla, M. P. (2018). *Educación Técnica Profesional en Chile. Antecedentes y claves del diagnóstico*. Centro de Estudios: División de planificación y presupuesto. Mineduc. Gobierno de Chile. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/548?show=full>
- Sevilla, P. (2017), Panorama de la educación técnica profesional en América Latina y el Caribe, *serie Políticas Sociales*, n.º 222 (LC/L.4287). Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL).
- Silva, E. C., Brandão, H., y De Barros, G. (2020). Metodologías ativas numa escola técnica profissionalizante. *Revista Portuguesa de Educação*, 33(1), 158-173. <https://doi.org/10.21814/rpe.18473>
- UNESCO. (2015). *Objetivos de Desarrollo Sostenible*. Website: <https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/development-agenda/>
- Valenzuela, Y. (2021). *Trabajo matemático de estudiantes en la Especialidad Administración de la Formación Diferenciada Técnico Profesional: una propuesta didáctica*. [Tesis de maestría no publicada]. Universidad de Talca.
- Valverde, A. G. y Castro, E. (2009). Actuaciones de maestros en formación en la resolución de problemas de proporcionalidad directa. En M. J. González, M. T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 523-531). SEIEM.
- Vásquez, C., Seckel, M. J. y Alsina, A. (2020). Belief system of future teachers on Education for Sustainable Development in math classes. *Uniciencia*, 34(2), 1-15. <https://doi.org/10.15359/ru.34-2.1>
- Vera-Sagredo, A. J., Constenla-Nuñez, J., Jara-Coatt, P. y Lassalle-Cordero, A. (2020). Emprendimiento e innovación en educación técnico profesional: percepción desde los docentes y directivos. *Revista Colombiana de Educación*, 1(79), 85-108. <https://doi.org/10.17227/rce.num79-8605>
- Verdugo-Hernández, P. (2020). Aproximación a la enseñanza de las sucesiones de números reales por medio de los espacios de trabajo matemático. *Revista Chilena De Educación Matemática*. 12(2), 71-80. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i2.28>
- Williams, J. y Roth, W. M. (2019). Theoretical Perspectives on Interdisciplinary Mathematics Education. In: B. Doig *et al.* (eds.), *Interdisciplinary Mathematics Education, ICME-13 Monographs* (pp. 13-34). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-11066-6_3
- Yang, J. K. (2018). Research on the Innovation Method of Continuing Education Model for Professional Technical Personnel in Manufacturing Industry. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 18(5), 2325-2331. <http://dx.doi.org/10.12738/estp.2018.5.130>
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications. Design and methods* (6^o ed.). Sage.



Trabajo matemático de estudiantes de educación técnica profesional en un contexto interdisciplinar (Carolina Henríquez Rivas • Paula Verdugo Hernández • Yocelyn Valenzuela Barrera) [Uniciencia](#) is protected by [Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0 Unported \(CC BY-NC-ND 3.0\)](#)